Москва – Фрайберг(Германия) 25.04.2013

Критерий образования микропористости при литье металлов

С. Поляков, В. Коровин, А. Коротченко, Ю. Баст

Аннотация

В работе предложен новый безразмерный критерий образования микропористости, учитывающий ряд существенных технологических факторов, среди которых атмосферное и металлостатическое давление, газонасыщенность сплава. Критерий содержит только измеряемые или контролируемые параметры и не требует дополнительной экспериментальной информации. Особенностью критерия является отсутствие радиуса критического зародыша микропоры. Вместо этого используется его оценка по расстоянию между вторичными осями дендритов. Критерий рекомендуется использовать в системах моделирования затвердевания отливки для более точного предсказания образования микропористости.

1. Анализ проблемы и постановка задачи исседедования

Микропористость в отливках снижает эксплуатационные свойства литых деталей, в частности – прочность, герметичность, ударную вязкость и др. Поэтому на этапе разработки технологии изготовления отливки важно прогнозировать образование микропористости. Наиболее эффективным расчетным методом прогноза пористости считается прямое моделирование процесса образования микропор при затвердевании на основе использования уравнения Дарси. Однако необходимые для этого математические модели еще недостаточно точны и требуют совершенствования. На практике применяют различные формы критериев образования пористости и, в настоящее время, наиболее популярным является критерий Ниямы [1]:

$$Ni = \frac{G}{\sqrt{\dot{T}}} \le Ni_{kr} \qquad (1)$$

где G и $\dot{T}$ - модули градиента температуры и скорости охлаждения при температуре солидуса T_S, Ni_{kr} - критическое значение критерия Ниямы, определяемое экспериментально для каждого сплава.

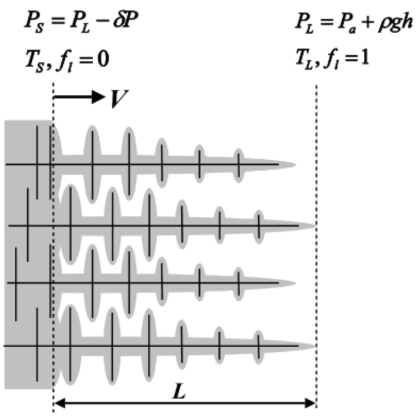

Рис. 1. Модельная схема двухфазной зоны

Критерий Ниямы был предложен в 1982 году на основе сравнения экспериментальных данных по образованию пористости и численного моделирования процесса затвердевания. Полученные результаты в форме выражения (1) отличались простотой вычисления и интерпретации. В частности и поэтому критерий стал широко использоваться в моделирующих литейных компьютерных программах.

Для теоретического обоснования соотношения (1) авторы [1] использовали простейшую модель фильтрации жидкой фазы под действием усадки в одномерной, стационарной двухфазной зоне (рис.1) и условие образования пористости по достижению критического перепада давления δP_{kr}.

Из этой модели следовало критическое значение:

$$Ni_{kr} = \sqrt{\frac{C}{\delta P_{kr}}}$$

где $C = \mu \delta T \beta / k_0$ – так называемая, «материальная константа», μ - коэффициент динамической вязкости; $\delta T = T_L - T_S$ - интервал кристаллизации сплава; T_L, T_S - температуры ликвидуса и солидуса; $\beta = (\rho_s - \rho_l)/\rho_l$ - коэффициент усадки; ρ_s, ρ_l - плотность твердой и жидкой фазы; k_0 - линейный множитель коэффициента фильтрации; $\delta P = P_L - P_S$ - перепад давления в двухфазной зоне; P_L, P_S - давления в двухфазной зоне (на ликвидусе и на солидусе), δP_{kr} - критическое значение перепада давления для образования пористости.

Из-за сложностей экспериментального нахождения δP_{kr} и в определении коэффициента фильтрации, приведенная авторами модель, только качественно отражала условия порообразования, поэтому и предлагалось критическое значение Ni_{kr} определять на основе сравнения экспериментальных данных по образованию пористости и численного моделирования процесса затвердевания.

Однако, несмотря на хорошие качественные оценки при сравнительных расчетах технологических вариантов, у критерия Ниямы была выявлена низкая эффективность прогноза при количественных оценках, т.е. когда надо отвечать на вопрос: будет или не будет возникать пористость для конкретного технологического решении.

Из практики известно, какое влияние на образование пористости имеют такие технологические условия формирования отливки как внешнее (атмосферное) давление, металлостатическое давление и газонасыщенность сплава. Однако в критерии Нияма учета этих условий нет. Все скрыто в его критических значениях, определяемых экспериментально. Но эксперименты проводятся в определенных технологических условиях. Тогда возникает вопрос: насколько адекватны практике критические значения критерия, получаемые из экспериментов? И в частности: является ли критическое значение критерия Ниямы постоянным или изменяется в зависимости от технологических условий?

Для ответа на эти вопросы необходим более глубокий теоретический анализ условий образования пористости, учитывающий всю совокупность важных технологических факторов.

Учитывая перечисленные замечания, в настоящей работе поставлена задача разработать новый критерий образования пористости, удовлетворяющий следующим требованиям:

1. Критерий должен отражать соотношение двух условий: условия образования микропористости и условия компенсации усадки металла за счет фильтрационного течения расплава в направлении фронта затвердевания.

2. Критерий должен учитывать не только термические условия протекания процесса затвердевания, но и важные технологические параметры, такие как атмосферное давление, металлостатическое давление, газонасыщенность сплава и др.

3. Сам критерий и его критические значения должны содержать величины доступные для вычисления, измерения и оценки.

Можно отметить, что в соответствии с этими требованиям критерий будет иметь безразмерную форму.

Как известно пористость в отливках проявляется в форме междендритной, поверхностной и осевой пористости. Рамки исследований настоящей работы ограничены первым видом пористости. В статье приводится обсуждение указанных вопросов и предлагается новая, уточненная формулировка критерия образования микропористости в отливках.

2. Вывод критерия

Условие образования пористости в произвольной точке x^* (здесь и далее символ «*» у переменной означает произвольное, но фиксированное значение, например, x^* или f_l^*) одномерной двухфазной зоны $0 \le x^* \le L$ можно представить в форме Пивонка-Флемингса [2]:

$$\Delta P_{cr}\left(x^*\right) < \Delta P_l\left(x^*\right) \tag{2}$$

где $\Delta P_{cr}\left(x^*\right)$ - критический перепад давления в точке двухфазной зоны, при котором возникают условия для образования пор; $\Delta P_l\left(x^*\right)$ - перепад давления в данной точке расплава. Компоненты соотношения (2) вычисляются по формулам:

$$\Delta P_{cr}\left(x^*\right) = P_L - P_{cr}(x^*) \tag{3}$$

$$\Delta P_l\left(x^*\right) = P_L - P_l(x^*) \tag{4}$$

где P_L - давление в расплаве на ликвидусе; $P_{cr}(x^*)$ - давление в расплаве в данной точке, при котором есть условия для образования пор; $P_l(x^*)$ - давление в расплаве в данной точке.

На основе неравенства (2) можно построить критерий образования пористости для произвольной точки x^* двухфазной зоны:

$$Por(x^*) = \frac{\Delta P_{cr}\left(x^*\right)}{\Delta P_l\left(x^*\right)} < 1 \tag{5}$$

Чтобы пористость при кристаллизации не образовывалась, необходимо, чтобы условие (5) не выполнялось во всех точках двухфазной зоны, т.е.

$$Por(x^*) \ge 1, \quad \text{при } 0 \le x^* \le L. \tag{6}$$

Условие (6) можно назвать критерием отсутствия пористости, т.к. при его выполнении дефицит жидкого металла вследствии усадки будет полностью компенсироваться фильтрационным потоком жидкого расплава к фронту затвердевания.

Рассмотрим поведение числителя и знаменателя критерия в пределах двухфазной зоны.

Числитель – критический перепад давления для образования пор

Начиная с работы [2], полагают [2,3,4,7,8] и др., что критическое давление $P_{cr}\left(x^*\right)$ в некоторой точке двухфазной зоны достигается при выполнении условия:

$$P_{cr}\left(x^*\right)=P_g-P_\sigma \qquad (7)$$

где P_g - давление газа в кавитационных пузырьках, а P_σ - капиллярное давление, равное

$$P_\sigma=\frac{2\sigma}{r_0}, \qquad (8)$$

здесь σ - поверхностное натяжение, r_0 - радиус «жизнеспособного» зародыша поры. С учетом (8) формула (7) принимает вид:

$$P_{cr}\left(x^*\right)=P_g-\frac{2\sigma}{r_0} \qquad , \qquad (9)$$

а критический перепад давления:

$$\Delta P_{cr}\left(x^*\right)=P_L-P_g+\frac{2\sigma}{r_0} \qquad (10)$$

Обычно полагают, что r_0 не изменяется в пределах двухфазной зоны, т.е. не зависит от x^*, тогда получаем:

$$\Delta P_{cr}\left(x^*\right)=const=P_L-P_g+\frac{2\sigma}{r_0}=\Delta P_{cr}^0 \qquad (11)$$

Однако, величина r_0, как правило, неизвестна. Поэтому будем считать, что эта величина является, в общем случае, переменной процесса. Рассмотрим механические условия, при которых может находиться пузырек газа в междендритной жидкости с учетом капилярного давления. Эти условие будут зависеть от трех переменных процесса: P_l, r_0, P_g и одной постоянной характеристики жидкости σ. При $P_l+\frac{2\sigma}{r_0}-P_g>0$, пузырек должен сжиматься, при $P_l+\frac{2\sigma}{r_0}-P_g<0$ пузырек будет расти, а условие механического равновеся наступают при

$$P_l+\frac{2\sigma}{r_0}-P_g=0 \qquad (12)$$

Необходимые условие устойчивости газо-усадочной поры можно представить как выполнение условия равновесия или роста пузырька, т.е:

$$P_l+\frac{2\sigma}{r_0}-P_g\le 0. \qquad (13)$$

Для решения неравенства (13) необходимо знать все переменные, входящие в выражение (13). Давление в междендритной жидкости P_l, при условии непрерывной фильтрации, может быть получено совместным решением уравнения Дарси и уравнения сохранения массы. Для стационарного случая давление можно выразить через долю жидкой фазы в данной точке двухфазной зоны $P_l = P_l(f_l)$. Газовое давление в пузырьке зависит от скорости диффузии ионов газа из жидкости в пузырек. При высокой скорости диффузии и известном законе состояния газа в пузырьке газовое давление является функцией объема пузырька, который можно выразить через его радиус: $P_g = P_g(r_0)$. Таким образом можно получить значения P_l и P_g в зависимости от двух переменных f_l, r_0. Но, если f_l является величиной, определяемой из модели затвердевания двухфазной зоны, то величина r_0 остается неопределенной. Для определения r_0 необходимо дополнительное уравнение. Обычно таким уравнением является величина радиуса кавитационного зарождения пузырька в металлической жидкости $r_0 = r_c = const$. Как уже упоминалось, эта величина, как правило, также неизвестна.

В настоящей работе предлагается отказаться от использования конкретного значения величины $r_0 = r_c = const$, а сделать оценку этой величины по расстоянию между вторичными ветвями дендритов. Для этого будем исходить из допущения, что для микропоры, возникающей в расплаве, в сетке вторичных ветвей дендритов должно быть некоторое свободное пространство, где эта микропора может возникнуть. Это свободное пространство характеризуется размером $r_{\max} = 0.5 f_l \lambda_2$, т.е. радиусом шара, вписанного в жидкую часть междендритного пространства между вторичных ветвей дендритов рис. 2.

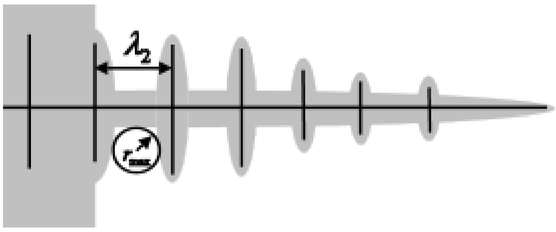

Рис. 2. Схема к понятию геометрического ограничения для формирования усадочной поры в двухфазной зоне.

Другими словами, если в двухфазной зоне возникает кавитационный пузырек, то для него справедливо условие $r_c \le r_{\max}$. Тогда: если $P_l + \frac{2\sigma}{r_{\max}} - P_g > 0$, то для этого пузырька и подавно будет выполняться неравенство $P_l + \frac{2\sigma}{r_c} - P_g > 0$, т.е. этот пузырек будет только сжиматься. Таким образом, это неравенство соответствует условию «невозникновения поры», или критерию отсутствия микропор. При теоретической возможности возникновения кавитационного пузырька в жидкой фазе с радиусом большим, чем $r_{\max}$ сетка дендритов должна геометрически препятствовать его образованию, по крайней мере, можно говорить о разделении «большого» пузырька на несколько отдельных пузырьков. В этом случае, можно считать, что радиус отдельного кавитационного пузырька равен в точности $r_{\max}$. Существование такого «большого» пузырька будет зависить от условий существования отдельных пузырьков в межсеточном пространстве дендритов. Таким образом, микропоры в двухфазной зоне не будут образовываться, если выполняется условие:

$$P_l + \frac{4\sigma}{f_l \lambda_2} - P_g > 0 \qquad (14)$$

для всех значений f_l фильтрационной зоны. Используя формулу для перепада давления (4), неравенство (14) можно записать в следующей форме:

$$P_L - \Delta P_l\left(x^*\right) + \frac{4\sigma}{f_l \lambda_2} - P_g > 0 \qquad (15)$$

Полученное условие соответствует критерию отсутствия микропор (6) при:

$$\Delta P_{cr}\left(x^*\right) = P_L - P_g + \frac{4\sigma}{f_l \lambda_2} \qquad (16)$$

Другими словами, если условие (6) при перепаде давления $\Delta P_{cr}\left(x^*, f_l\right)$ по (16) выполняется для всех точек двухфазной зоны, то пористость при кристаллизации не будет образовываться.

Замечание. Следует еще раз отметить особенность формулировки критического значения $\Delta P_{cr}\left(x^*\right)$ по выражению (16). Если в жидкой фазе без дендритов кавитационный радиус $r_c > r_{\max}$, то сетка дендритов создает геометрические ограничения, при которых кавитационный радиус не может превышать $r_{\max}$. Следовательно, можно принять $r_c = r_{\max}$ и выражение (16) вполне корректно для использования в критерии образования пористости в форме (5). Однако, если $r_c < r_{\max}$, получается критерий образования пористости в точке двухфазной зоны с некоторым «запасом». Ясно, что этот «запас» стремится к нулю на фронте затвердевания, т.к. $r_{\max}$ стремится здесь так же к нулю. Но, как раз вблизи фронта затвердевания и создаются благоприятные условия образования газо-усадочной пористости, поскольку перепад давления здесь максимален. Таким образом, использование выражения (16) в критерии образования газо-усадочной пористости в форме (5) и (6), можно считать оправданым при любом соотношении r_c и $r_{\max}$. Эта особенность предлагаемого подхода является полезной в практических расчетах, учитывая почти полное отсутствие информации о r_c для литейных сплавов.

Знаменатель - перепад давления в расплаве

Для описания фильтрационного течения расплава в одномерной двухфазной зоне используется уравнение фильтрации Дарси:

$$u f_l = -\frac{K}{\mu}\frac{dP}{dx} \qquad (17)$$

где u – скорость фильтрации, f_l - доля жидкой фазы, μ - динамическая вязкость,

$$K = \frac{\lambda_2^2}{180}\frac{f_l^3}{(1-f_l)^2} \qquad (18)$$

коэффициент фильтрации в приближении Карман-Коцени[5,6], λ_2 - расстояние между осями вторичных дендритов (Рис. 2).

Из уравнение сохранения массы для одномерной стационарной двухфазной зоны следует:

$$u(x^*) = -\beta V = const \qquad (19)$$

где V - скорость фронта кристаллизации (рис. 1).

Подставляя (19) в (17) получим:

$$\beta V f_l = \frac{K}{\mu}\frac{dP}{dx} \tag{20}$$

Для стационарной двухфазной зоны с линейным распределением температуры по ее ширине также справедливо:

$$V = -\frac{\dot{T}}{G} \tag{21}$$

где $\dot{T}$ - скорость охлаждения, G - модуль градиента температуры. Тогда (17) приобретает вид:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\mu\beta f_l}{K}\frac{\dot{T}}{G} \tag{22}$$

Интегрируя (22) по x от x^* до L, получим искомый перепад даления в точке x^*:

$$\Delta P_l(x^*) = \int_{x^*}^{L} \frac{\mu\beta\dot{T}f_l}{KG}dx \tag{23}$$

Перейдя к безразмерной температуре

$$\theta = \frac{T - T_s}{\Delta T_l} \tag{24}$$

и заменяя переменную x на f_l с учетом постянства градиента температур и допуская постоянство величин μ, β, λ получаем:

$$\Delta P_l(x^*) = \frac{\mu\beta\Delta T_l}{\lambda_2^2}\frac{\dot{T}}{G^2}\int_{f_l^*}^{1} 180\left(\frac{1-f_l}{f_l}\right)^2 \frac{d\theta}{df_l}df_l \tag{25}$$

Соотношение (25) в точности совпадает с аналогичным соотношением в статье [2], где интеграл в правой части (25) обозначен:

$$I(f_l^*) = \int_{f_l^*}^{1} 180\left(\frac{1-f_l}{f_l}\right)^2 \frac{d\theta}{df_l}df_l \tag{26}$$

Проблема с интегралом $I(f_l^*)$ заключается в том, что при стремлении f_l^* к нулю, интеграл стремится к бесконечности (несобственный интеграл расходится). Это приводит к тому, что перепад давления на солидусе стремится к бесконечности. Ниже эта особенность будет проанализирована подробнее и будет предложена новая модель образования пористости и условия ее возникновения. Назовем выражение $Ni = G\big/\sqrt{\dot{T}}$ числом Ниямы, тогда с учетом (26) соотношение (25) можно записать в виде:

$$\Delta P_l(x^*) = \frac{\mu\beta\Delta T_l}{\lambda_2^2 Ni^2} I(f_l^*) \tag{27}$$

Здесь числитель ($\mu\beta\Delta T_l$) содержит константы материала, а знаменатель ($\lambda_2^2 Ni^2$) – переменные, зависящие от условий затвердевания. Безразмерный интеграл $I(f_l^*)$ - зависит как от свойств материала, так и от условий затвердевания.

Таким образом, с учетом (16) и (27), новый критерий образования пористости в точке стационарной двухфазной зоны (5) принимает вид

$$Por(x^*) = \frac{\Delta P_{cr}\left(x^*\right)}{\Delta P_l\left(x^*\right)} = \frac{P_L - P_g + \dfrac{4\sigma}{f_l^*\lambda_2}}{\dfrac{\mu\beta\Delta T_l}{\lambda_2^2 Ni^2} I(f_l^*)} < 1 \tag{28}$$

Выполнение неравенства (28) хотя бы для одной точки стационарной двухфазной зоны приводит к образованию пористости.

3. Анализ критерия

Для анализа критерия (28) удобно умножить числитель и знаменатель на $f_l^* > 0$ и представить его в эквивалентной форме:

$$\left(P_L - P_g + \frac{4\sigma}{\lambda_2 f_l^*}\right) f_l^* < \frac{\mu\beta\Delta T_l}{\lambda_2^2 Ni^2} f_l^* I(f_l^*) \tag{29}$$

В общем случае температуры начала и конца затвердевания вляются сложными функциями химическокого состава сплава и условий охлаждения. Это приводит к необходимости введения определенных модельных упрощений. Наиболее часто используют линейное приближение температуры от доли жидкой фазы. Тогда в пределах двухфазной зоны имеем:

$$\begin{cases} T(f_l) = T_s + (T_L - T_S)\, f_l \\ \theta(f_l) = f_l \\ d\theta / df_l = 1 \end{cases} \tag{30}$$

Теперь интеграл (26) с учетом (30) можно вычислить аналитически:

$$I(f_l^*) = 180 \int_{f_l^*}^{1} \left(\frac{1 - f_l}{f_l}\right)^2 df_l = 180 \left[\frac{1 - f_l^{*2}}{f_l^*} + 2\ln f_l^*\right] \tag{31}$$

А перепад давления (27) с учетом (31) будет равен:

$$\Delta P_l(x^*) = \frac{180\mu\beta\Delta T_l}{\lambda_2^2 Ni^2} \left[\frac{1 - f_l^{*2}}{f_l^*} + 2\ln f_l^*\right] \tag{32}$$

Учитывая давление на ликвидусе $P_L = P_a + \rho gh$, получим эквивалентную форму неравенства (29):

$$\frac{\lambda_2^2 Ni^2}{180\mu\beta\Delta T_l}\left[\left(P_a + \rho gh - P_g\right)f_l^* + \frac{4\sigma}{\lambda_2}\right] < 1 - f_l^{*2} + 2 f_l^* \ln f_l^* \qquad (33)$$

Отметим одну математическую осбенность неравенства (28) с учетом условий (30). При $f_l^* \to 0$, числитель и знаменатель стремятся к бесконечности. Однако вся дробь имеет конечный предел, т.к. учитывая, что $\underset{f_l^* \to 0}{f_l^* I(f_l^*)} \to 180$, получим:

$$\underset{x^* \to 0}{Por(x^*)} = \left(\frac{\left(P_L - P_g\right)f_l^* + \dfrac{4\sigma}{\lambda_2}}{\dfrac{\mu\beta\Delta T_l}{\lambda_2^2 Ni^2} f_l^* I(f_l^*)}\right)_{f_l^* \to 0} = \frac{\sigma\lambda_2 Ni^2}{45\mu\beta\Delta T_l}$$

Это позволяет продолжить эквивалентность неравенства (33) и критерия (28) до значения $f_l^* = 0$, что дает возможность анализировать поведение обеих частей неравенства (33) в пределах всей двухфазной зоны, т.е. при $0 \le x^* \le L$ и $0 \le f_l^* \le 1$. Правая часть неравенства изменяется от 1 до 0 и представляет собой монотонно убывающую выпуклую вниз функцию (см. Рис. 3,4). Левая часть линейно зависит от f_l^* и график прямой пересекает ось ординат в одной точке:

$$Por(0) = \frac{\lambda_2\sigma}{45\mu\beta\Delta T_l} Ni^2 \qquad (34)$$

В случае малого газового давления (малой газонасыщенности сплава), при $P_a + \rho gh - P_g \ge 0$, угловой коэффициент прямой левой части неравенства (33) будет положителен или равен нулю. Это означает, что графики на рис. 3 или не пересекаются вообще (при $Por(0) > 1$), что означает отсутствие условий для образования пористости во всей двухфазной зоне, или пересекаются в одной точке. В последнем случае будет образовываться пористость и поры будут иметь газо-усадочный характер.

При малой газонасыщенности сплава (малого газового давления), начиная с некоторого значения числа Ниямы, влияние металлостатического давления и газонасыщенности сплава на образования пористости полностью отсутствует (рис 3, прямые 3 и 4). Это объясняет и подтверждает значимость классического критерия Ниямы для предсказания порообразования. При значении числа Ниямы ниже некоторого критического (рис. 3, прямая 2) увеличение металлостатического давления или снижение газонасыщенности сплава уменьшают зону образования пористости (угол наклона прямой увеличивается), но не могут исключить ее полностью.

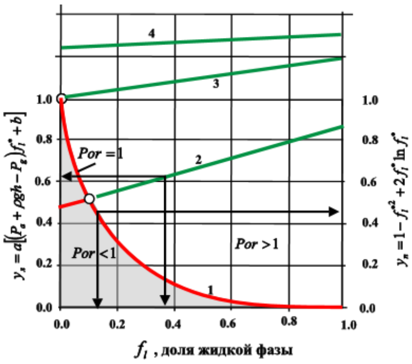

Рис. 3. Графическая интерпретация решений неравенства (33) при малой газонасыщенности расплава, $y_л$ - соответсвует левой части неравенства (33) при $a = \dfrac{\lambda_2^2 Ni^2}{180\mu\beta\Delta T_l}$, $b = \dfrac{4\sigma}{\lambda_2}$, $y_п$ - соответствует правой части неравенства (33). Кривая 1 разделяет области решения неравенства (33): область образования пор $(Por < 1)$ и область отсутствия пор $(Por > 1)$. Прямая 2 соответствует решению неравенства (33), при котором пористость образуется, прямые 3, 4 - пористость не образуется.

Если расплав сильно газонасыщен, так что $P_a + \rho gh - P_g < 0$, то прямая левой части неравенства (33) будет иметь отрицательный наклон (Рис. 4). Если все точки прямой левой части нерпвенства (33) лежат выше кривой правой части, то пересечений графиков не будет, а следовательно, не будет решений неравенства (33), соответствующих образованию пористости. Во всех других случаях в том или ином месте будут складываться условия для образования пористости. Чтобы график прямой левой части неравенства (33) полностью располагался выше графика правой части достаточно, чтобы это условие выполнялось при $f_l = 0$ и $f_l = 1$ (из-за выпуклости вниз правой части, см. Рис. 4).

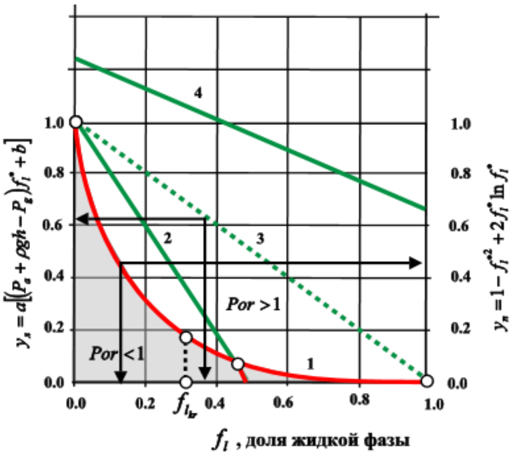

Рис. 4. Графическа интерпретация решений неравенства (33) при большой газонасыщенности расплава. Прямая 2 соответствует решению неравенства (33), при котором пористость образуется, прямые 3, 4 - пористость не образуется.

Величина критического газового давления для предельного состояния в точке $f_l = 1$ зависит от: атмосферного давления, металлостатического давления и характеристик, определяющих капилярное давление:

$$\left(P_g\right)_{kr} = P_a + \rho gh + \frac{4\sigma}{\lambda_2} \qquad (35)$$

При газовом давлении выше критического $P_g > \left(P_g\right)_{kr}$, или $\frac{\left(P_g\right)_{kr}}{P_g} < 1$, микропористость будет образовываться всегда, вне зависимости от числа Ниямы, т.к. прямая левой части неравенства (33) всегда будет пересекать кривую 1 (см. рис. 4, прямая 2). Если давление газа будет меньше критического, то прямая на рис.4 пройдет выше точки $\left(f_l^* = 1;\ \ y_n = 0\right)$, а увеличением числа Ниямы можно переместить прямую выше критической точки $\left(f_l^* = 0;\ \ y_n = 1\right)$ т.е. условие отсутствия пористости будет выполнено (рис 4, прямая 4). Таким образом, при высокой газонасыщенности сплава сохраняется влияние числа Ниямы на образование пористости, но только при $P_g \le \left(P_g\right)_{kr}$.

Получен новый критерий образования пористости, который содержит число Ниямы в качестве «термической» переменной и учитывает влияние атмосферного давления, металлостатического давления и газонасыщенности сплава. Таким образом, новый критерий образования микропористости при линейных допущениях (30) может быть сформулирован следующим образом: микропористость будет образовываться в двухфазной зоне, если выполняется хотя бы одно из условий: $\frac{\lambda_2 \sigma}{45 \mu \beta \Delta T_l} Ni^2 < 1$ или $\frac{P_a + \rho gh + \frac{4\sigma}{\lambda_2}}{P_g} < 1$.

В более компактной формулировке новый критерий образования микропористости имеет следующий вид:

$$Por = \min\left(\frac{\lambda_2 \sigma}{45 \mu \beta \Delta T_l} Ni^2, \frac{P_a + \rho gh + \frac{4\sigma}{\lambda_2}}{P_g}\right) < 1 \qquad (36)$$

Подчеркнем, что полученный критерий не содержит фиксированного значения кавитационного радиуса пузырька. Вместо этого используется геометрическое условие ограничивающее размеры возможного пузырька в жидкой фазе, содержащейся в пространстве между вторичными осями дендритов.

4. Обсуждение

В случае малой газонасыщенности расплава $P_g < P_a + \rho gh$ значение критерия на фронте затвердевания $Por(0)$, см. (34), однозначно определяет условия образования пористости во всей двухфазной зоне. Если $Por(0) > 1$, то пористости не будет во всей двухфазной зоне. При этом, атмосферное давление, металлостатическое давление и давление газа в этом условии отсутствуют. Это обстоятельство является объяснением качественно хороших результатов

использования критерия Ниама. Единственной переменной в этом выражении является квадрат числа Ниямы (приближенно считаем $\lambda_2 = const$).
Таким образом, новый критерий образования пористости при малой газонасыщенности сплава будет зависить только от одной переменной: числа Ниямы, а его критическое значение, соответствующее $Por(0) = 1$, может быть найдено из выражения (34). В теории подобия это интерпретируется как выпадение факторов влияния (атмосферного давления, давления газа и металлостатического давления). И в этих условиях, только одна автомодельная термическая переменная $Ni = \frac{G}{\sqrt{\dot{T}}}$ полностью определяет характер условий образования пористости.

При высокой газонасыщенности сплава, $P_g \geq P_a + \rho gh$, для отсутствия в двухфазной зоне микропористости уже необходимо выполнение двух условий: при нулевом и единичном значении доли жидкой фазы:

$$\begin{aligned} &Por(0) > 1 \\ &Por(1) > 1 \end{aligned} \qquad (37)$$

Заметим, что второе условие - условие отсутствия микропористости на ликвидусе, т.е. при $f_l^* = 1$, эквивалентно соотношению: $\left(P_a + \rho gh - P_g\right) + \frac{4\sigma}{\lambda_2} > 0$ - является условием невыделения пузырьков газа из жидкости с учетом преодоления поверхностного натяжения в пространстве вторичных дендритных осей. Однако, при $f_l^* = 1$ твердой фазы еще нет, поэтому последнее условие требует пояснений.

Приведенные рассуждения предполагают фильтрационную модель перемещения расплава во всей двухфазной зоне. Однако известно, что перемещение жидкой фазы в двухфазной зоне по фильтрационной модели начинается со значения доли жидкой фазы меньше некоторого критического значения $f_{l_{kr}} < 1$, например, для алюминиевых сплавов во многих экспериментах установлено значение $f_{l_{kr}} = 0.35$ [9]. Это значение обычно связывают с возникновением неподвижной сетки из переплетенных осей дендритов, через которую и происходит фильтрация расплава. Таким образом, второе из условий (37) правильнее переписать в виде:

$$Por(f_{l_{kr}}) > 1 \qquad (38)$$

Хотя, и при $f_{l_{kr}} = 1$ твердая фаза еще отсутствует, с математической точки зрения условие $Por(1) > 1$ является более жестким ограничением для отсутствия пористости, т.е. если это условие выполняется, то тем более будет выполняться условие (38). Условие $Por(1) > 1$ может быть полезно для оценки образования пористости в отливках из сплавов, где величина $f_{l_{kr}}$ еще неизвестна.

5. Основные результаты

1. Получен новый критерий образования микропористости при литье металлов, отражающий соотношение двух условий: условия образования микропористости и условия компенсации усадки металла за счет фильтрационного течения расплава в направлении фронта затвердевания.

Критерий имеет безразмерную форму и учитывает не только термические условия процесса затвердевания, но и другие значимые технологические параметры, такие как атмосферное и металлостатическое давление, газонасыщенность сплава и пр.

2. Показано, что если в условии образования микропористости вместо значения радиуса критического зародыша поры использовать его оценку, определяемую через расстояние между вторичными осями дендритов, то, при определенных дополнительных допущениях, можно привести критерий образования микропористости к форме, пригодной для его практического использования.

3. Предложена схема графической интерпретации решения неравенства, отражающего условия образования пористости. Схема позволяет наглядно представить влияние различных параметров на образование микропористости.

4. Анализ схемы позволяет выявить условия затвердевания, при которых такие факторы как атмосферное давление, металлостатическое давление и газонасыщенность расплава не оказывают влияние на образование пористости. А при других условиях – оценить их степень влияния.

5. Полученный критерий рекомендуется для практического использования в системах моделирования литейных процессов для оценки условий образования микропористости в отливках.

Литература

[1] E. Niyama, T. Uchida, M. Morikawa, and S. Saito. Am. Foundrymen's Soc. Int. Cast Met. J. 1982, vol. 7(3), pp. 52-63.

[2] T. S. Piwonka and M. C. Flemings. Pore Formation in Solidifikation. TMS-AIME, 1966, vol. 236:1157.

[3] Carlson K. D., Beckermann C. Prediction of Shrinkage Pore Volume Fraction Using a Dimensionless Niyama Criterion // Metallurgical and Materials Transactions A. 2009. vol. 40A. PP. 163-175 http://www.engineering.uiowa.edu/~becker/documents.dir/NiyamaCarlson.pdf

[4] M. Rapaz. Microporosity. Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, Switzerland./Русский перевод: www.castsoft.ru/Articles/A07.files/MICROPOROSITY_rus.pdf.

[5] Kozeny J. Ueber kapillare Leitung des Wassers im Boden. // Sitzungsber Akad. Wiss., Wien. 1927. vol 136(2a). PP. 271-306.

[6] Carman P.C. Fluid flow through granular beds // Transactions, Institution of Chemical Engineers, London. 1937. vol. 15. PP. 150-166.

[7] Г.Ф. Баландин. Основы теории формирования отливки. Часть II. Москва, 1979., 335с.

[8] J. Campbell. Complte Casting. Oxford, 2011, 1130p.

[9] Nielsen Ø., Arnberg L., Mo A., Thevik H. Mushy zone permeability and grain morphology in equiaxed aluminum-copper alloys // Metallurgical and Materials Transactions A. 1999. vol. 30A. PP. 2455-2462. http://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs11661-999-0254-y.pdf#page-1