

Посвящается памяти Г.Ф. Баландина

Новая форма критерия Нияма для предсказания пористости при затрудненной усадке отливок из Al-Cu сплавов

С. Поляков^а, А. Коротченко^б, Ю. Баст^с

^{а,с} – Германия, Фрайберг, ^б – Россия, Москва

Аннотация

В статье представлены новые результаты по использованию критерия Нияма для оценки возникновения пористости в отливках в условиях затрудненной усадки. Показано влияние деформации двухфазной зоны на процессы фильтрации и теплообмена. Получена новая форма критерия Нияма, учитывающая затруднения усадки и степень локализации деформаций. Результаты исследования иллюстрируются на примере расчетов чисел Нияма для отливок из доэвтектического сплава Al-Cu при различных диффузионных условиях затвердевания и степени развития деформаций в двухфазной зоне. Полученные уравнения можно использовать в математической модели затвердевания отливки, а также для интерпретации результатов моделирования затвердевания отливки при затрудненной усадке. Результатом исследования является новая методика использования критерия Нияма в условиях деформации двухфазной зоны

1. Введение

Критерий Нияма нашел широкое применение при оценке возникновения пористости в отливках [1-7, 25]:

$$Niy = \frac{|G|}{\sqrt{|\dot{T}|}} \leq [Niy]_{kr} \quad (1)$$

где \dot{T} - скорость охлаждения и G - градиент температуры в двухфазной зоне вблизи температуры солидус, $[Niy]_{kr}$ - критическое значение числа Нияма (в размерности $[\text{min}^{0.5} \text{cm}^{-1}]$; для большинства сталей и алюминиевых сплавов $[Niy]_{kr} \approx 1$). Обычная методика использования критерия Нияма (1) заключается в вычислении значения числа Нияма $Niy = |G| / \sqrt{|\dot{T}|}$ для всех точек тела отливки и сравнения этих чисел с критическим значением, определяемым экспериментально для каждого сплава. Во всех точках тела отливки, для которых указанное неравенство выполняется, имеются необходимые условия формирования усадочной или газоусадочной пористости. Значимость критерия Нияма заключается в его связи с условиями фильтрации междендритной жидкости в двухфазной зоне. При постоянном значении числа Нияма, перепад давления в двухфазной зоне должен оставаться постоянным. Критическое значение числа Нияма соответствует критическому перепаду давления, при котором начинается развитие пористости. Для вычисления скорости охлаждения и градиента

температуры, входящих в число Нияма, используются численные методы и системы моделирования затвердевания отливки.

В работах, посвященных теоретическому обоснованию критерия Нияма [1,2,6-7], перепад давления обычно связывается с условиями фильтрации в двухфазной зоне без учета ее деформации, а критическое значение числа Нияма определяется экспериментально, на пробах достаточно простой конфигурации (обычно в форме плит и брусков), где затруднения усадки не значительны, а деформации двухфазной зоны малы [3-5]. Однако авторы [8] показали, что деформация двухфазной зоны может оказывать существенное влияние на перепад давления и, соответственно, на процессы фильтрации междендритной жидкости. Это естественным образом должно изменить условия формирования пористости. В отливках из обычных литейных сплавов двухфазная зона практически всегда подвержена деформациям вследствие сопротивления формы и стержней усадочным процессам (рис. 1), а также вследствие неоднородности затвердевания частей отливки. Применение критерия Нияма для сложных фасонных отливок без учета деформаций двухфазной зоны может внести значительные ошибки в предсказание пористости. Таким образом, для повышения точности предсказания пористости, целесообразно ввести учет деформаций двухфазной зоны при использовании критерия Нияма.

В настоящей работе предлагается простая математическая модель фильтрации междендритной жидкости и теплообмена при деформациях двухфазной зоны. Модель основана на представлении о затвердевании отливки по дендритному механизму с развитием деформаций, перпендикулярных первичным осям дендритов (рис. 1).

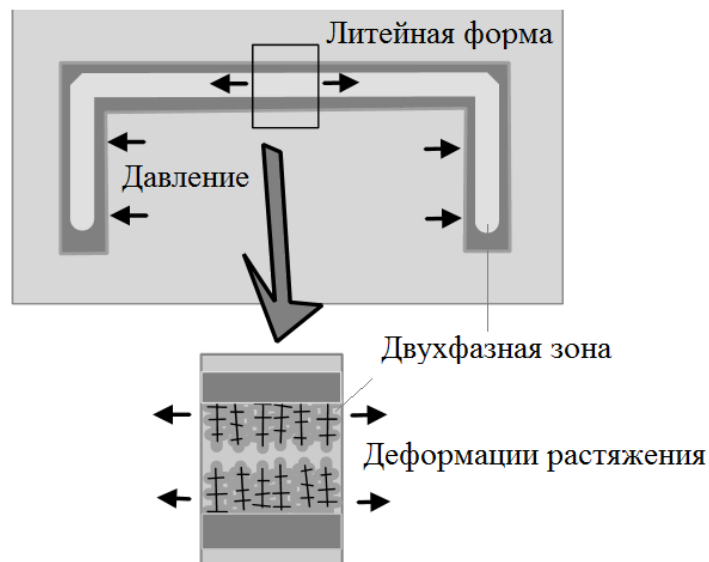


Рис. 1. Возникновение растягивающих деформаций в двухфазной зоне отливки при затрудненной усадке.

Такое представление было введено авторами [8] и использовалось для описания фильтрационных процессов при возникновении горячих трещин. В настоящей работе дополнительно учитывается влияние деформации двухфазной зоны на гидравлическую

проницаемость сетки дендритов. Это влияние основано на учете изменения относительной доли твердой фазы в пористой среде дендритного каркаса. Еще одной особенностью настоящей работы является отказ от линеаризации доли твердой фазы по ширине двухфазной зоны, обычно используемой при обосновании критерия Нияма [1]. Значение величины твердой фазы рассчитывается в настоящей работе из условий диффузии в твердой и жидкой фазах. Принято, что процессы локализации деформаций в отливках определяются процессами теплообмена и усадки [9]. Однако, как показано в настоящей статье, в действительности имеет место и обратное влияние: деформации в двухфазной зоне могут влиять на условия теплообмена.

2. Модельные представления

Изменение доли твердой фазы при деформации

Деформации двухфазной зоны в направлении, перпендикулярном к первичным осям дендритов, изменяют расстояние между этими осями. Для вычисления изменения относительного количества твердой фазы в зависимости от среднего расстояния между первичными осями дендритов можно применить простую схему вычислений.

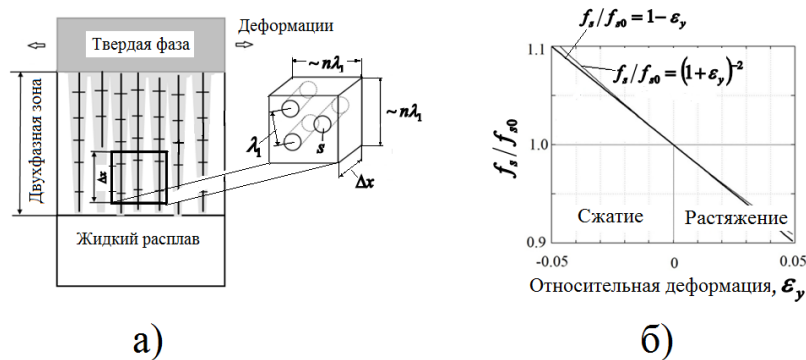


Рис. 2. Влияние деформаций двухфазной зоны на изменение доли твердой фазы

- а) Схематическое представление малого объема двухфазной зоны с сечением, перпендикулярным первичным осям дендритов, б) Изменение доли твердой фазы в зависимости от относительной деформации

Пусть n - среднее число дендритов на единицу длины в сечении двухфазной зоны, перпендикулярном к первичным осям дендритов (рис. 2). Обозначим среднюю площадь сечения одного дендрита, перпендикулярную его первичной оси - s , а исходное среднее расстояние в недеформированном состоянии между первичными осями дендритов - λ_1 . Тогда некоторый малый объем твердой фазы (рис. 2а) с перпендикулярном к осям дендритов сечением $\Delta S = s(n \cdot n)$ и длиной Δx равен $\Delta V_s = \Delta S \cdot \Delta x = s(n \cdot n)\Delta x$, а весь объем, включая междендритную жидкость, будет равен $\Delta V_{s+l} = (n \cdot \lambda_1)^2 \Delta x$. Тогда с известным приближением относительное количество твердой фазы можно записать в виде

$$f_{s0} = \frac{\Delta V_s}{\Delta V_{s+l}} = \frac{s \cdot (n \cdot n)\Delta x}{(n \cdot \lambda_1)^2 \Delta x} = \frac{s}{\lambda_1^2}.$$

При изменении среднего расстояния между дендритами на величину $\Delta\lambda_1$ можно записать:

$$\frac{\Delta f_s}{f_{s0}} = \frac{f_s(\lambda_1 + \Delta\lambda_1) - f_s(\lambda_1)}{f_s(\lambda_1)} = \frac{\frac{s}{(\lambda_1 + \Delta\lambda_1)^2} - \frac{s}{\lambda_1^2}}{\frac{s}{\lambda_1^2}} = \frac{-2\lambda_1\Delta\lambda_1 - \Delta\lambda_1^2}{(\lambda_1 + \Delta\lambda_1)^2} = -\frac{2\varepsilon_y + \varepsilon_y^2}{(1 + \varepsilon_y)^2}$$

где $f_{s0} = f_s(\lambda_1)$ - относительная доля твердой фазы до начала деформаций, $\varepsilon_y = \Delta\lambda_1/\lambda_1$ - относительная деформация. При малых значениях $\varepsilon_y \ll 1$ справедливо приближение:

$$\frac{\Delta f_s}{f_{s0}} \approx -2\varepsilon_y. \quad (2)$$

Используя полученные соотношения, имеем:

$$f_s = f_{s0} + \Delta f_s = f_{s0} \left(1 - \frac{2\varepsilon_y + \varepsilon_y^2}{(1 + \varepsilon_y)^2} \right) = \frac{f_{s0}}{(1 + \varepsilon_y)^2} \approx f_{s0} (1 - 2\varepsilon_y) \quad (3)$$

При положительных (растягивающих) деформациях доля твердой фазы уменьшается, при отрицательных (сжимающих) деформациях повышается (рис. 2б). Далее используем это соотношение в модели теплообмена отливки.

Затвердевание

Уравнение теплообмена в двухфазной зоне отливки, при некоторых упрощающих представлениях, обычно записывается в виде:

$$\left(\langle c \rangle \langle \rho \rangle + L_{kp} \rho_s \frac{\partial f_s}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\langle \lambda \rangle \nabla T) \quad (4)$$

где $\langle c \rangle = c_l f_l + c_s f_s$, $\langle \rho \rangle = \rho_l f_l + \rho_s f_s$, $\langle \lambda \rangle = \lambda_l f_l + \lambda_s f_s$ - осредненные значения теплоемкости, плотности и теплопроводности, соответственно, индексы (l, s) - относятся к жидкой и твердой фазе, L_{kp} - теплота кристаллизации. Всегда выполняется равенство $f_l = 1 - f_s$.

Подставляя (3) в (4), получим:

$$\left(\langle c \rangle \langle \rho \rangle + L_{kp} \rho_s \left[\frac{\partial f_{s0}}{\partial T} (1 - 2\varepsilon_y) - 2f_{s0} \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial T} \right] \right) \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\langle \lambda \rangle \nabla T) \quad (5)$$

Таким образом, эффективная теплоемкость в двухфазной зоне $c_{ef} = \langle c \rangle \langle \rho \rangle + L_{kp} \rho_s \partial f_s / \partial T$ будет также зависеть от ее деформаций в процессе затвердевания. Ощутимые деформации двухфазной зоны возможны только при наличии твердого каркаса из связанных между собой вторичных ветвей дендритов. Это состояние для алюминиевых доэвтектических сплавов

достигается при относительной доле твердой фазы $f_{s0}^* \approx 0.4 - 0.5$ [9]. В общем случае данное значение подлежит экспериментальному обнаружению. Для упрощения модели можно предположить, что деформации по ширине двухфазной зоны со связанным каркасом постоянны, т.е. $\partial \varepsilon_y / \partial x = 0$, тогда $\partial \varepsilon_y / \partial T = (\partial \varepsilon_y / \partial x) / (\partial T / \partial x) = 0$, и выражение для эффективной теплоемкости приобретает вид:

$$c_{ef} = \langle c \rangle \langle \rho \rangle + L_{ef} \rho_s \frac{\partial f_{s0}}{\partial T}, \quad (6)$$

где $L_{ef} = \begin{cases} L_{кр}, & f_{s0} < f_s^* \\ L_{кр}(1 - 2\varepsilon_y), & f_{s0} \geq f_s^* \end{cases}$, $\frac{\partial f_{s0}}{\partial T}$ - темп кристаллизации в недеформированной двухфазной зоне.

Темп кристаллизации $\partial f_{s0} / \partial T$ зависит от диффузионных условий и определяется в приближении равновесного рычага или на моделях с ограниченной диффузией в твердой фазе [10-12, 18-21]. В значения осредненных величин теплоемкости $\langle c \rangle$, плотности $\langle \rho \rangle$ и теплопроводности $\langle \lambda \rangle$ необходимо ввести соответствующие поправки на деформацию двухфазной зоны. Однако эти поправки незначительны по сравнению с эффектом выделения скрытой теплоты кристаллизации. Из анализа уравнения (6) следует, что для относительной деформации $\varepsilon_y = 0.05$ эффективная скрытая теплота кристаллизации L_{ef} уменьшается на 10%, ее неучет может приводить к большим ошибкам при моделировании затвердевания отливки. Таким образом эффект от выделения скрытой теплоты кристаллизации в деформирующихся областях отливки значительно зависит от величины и вида деформации дендритного каркаса. При деформациях растяжения эффект уменьшается, при деформациях сжатия наоборот увеличивается.

Гидравлическая проницаемость

Для описания фильтрационной скорости $\langle v_x \rangle_l$ жидкости в междендритном пространстве двухфазной зоны вдоль первичных осей дендритов (рис.3) принято использовать уравнение Дарси с переменным коэффициентом проницаемости $K = K(f_s, \lambda_2)$:

$$\langle v_x \rangle_l = - \left(\frac{K(f_s, \lambda_2)}{f_l \mu} \right)_x \left(\frac{dp}{dx} + g \rho_l \right) \quad (7)$$

где p, μ - давление и динамическая вязкость междендритной жидкости, соответственно, λ_2 - среднее расстояние между вторичными ветвями дендритов, g - ускорение свободного падения.

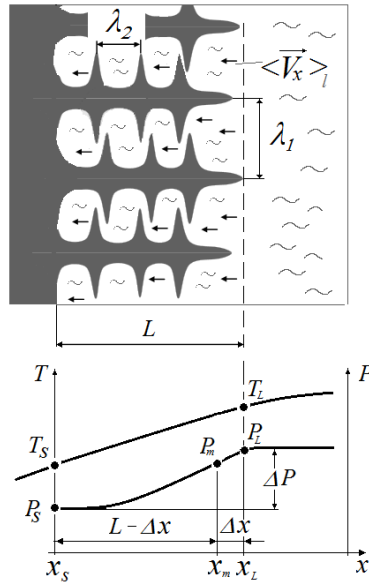


Рис. 3. Модель фильтрации и схематическое представление температурного поля и поля давления по ширине двухфазной зоны.

В настоящее время наиболее популярна аппроксимация коэффициента проницаемости по Карман-Козени [14-17]:

$$K = \frac{\lambda_2^2}{180\mu} \frac{(1-f_s)^3}{f_s^2} \quad (8)$$

С помощью выражения (3), при малых деформациях получим модифицированное уравнение Карман-Козени с учетом деформации дендритов:

$$K = \frac{\lambda_2^2 f_{s0} (1-2\varepsilon_y)}{180\mu} \left(\frac{1}{f_{s0} (1-2\varepsilon_y)} - 1 \right)^2. \quad (9)$$

При отсутствии деформаций это уравнение полностью совпадает с обычной формой (8). На рис. 4 представлена табуляция значений коэффициента проницаемости по уравнению (9) в безразмерной форме:

$$\frac{180\mu}{\lambda_2^2 f_{s0}} K = (1-2\varepsilon_y) \left(\frac{1}{f_{s0} (1-2\varepsilon_y)} - 1 \right)^2$$

Расчеты показывают возрастание проницаемости при растягивающем деформировании ($\varepsilon_y > 0$) и снижение при сжимающем ($\varepsilon_y < 0$) (см. рис. 4).

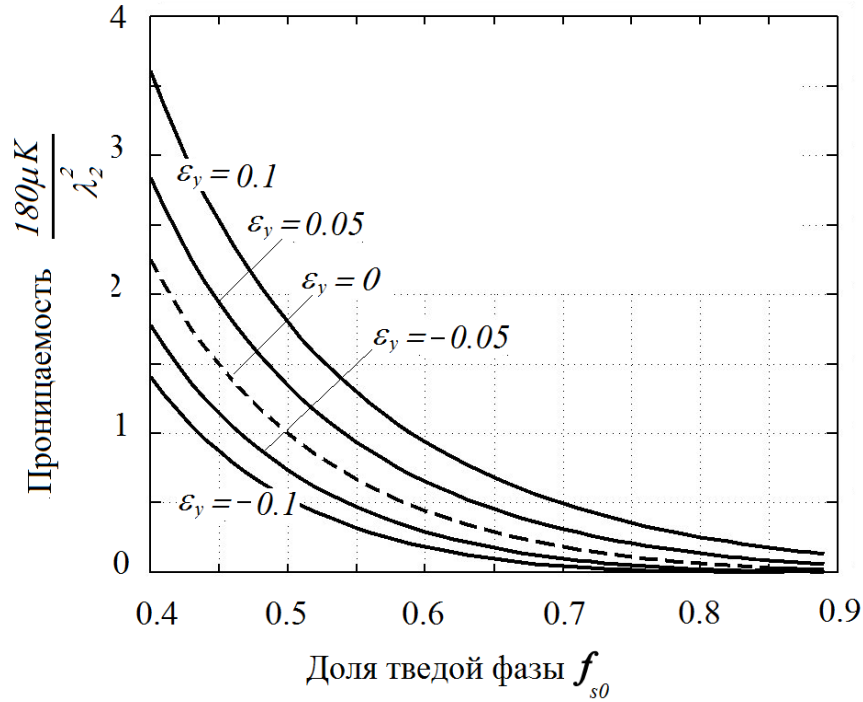


Рис. 4. Влияние деформаций на безразмерный коэффициент гидравлической проницаемости двухфазной зоны. Штриховой линией показана зависимость гидравлической проницаемости от доли твердой фазы при отсутствии деформаций.

Фильтрация

Уравнение баланса масс при одномерной фильтрации вдоль первичных осей дендритов в деформируемой стационарной двухфазной зоне можно записать в виде [8]:

$$\frac{d}{dx} (f_l \langle v_x \rangle_l) + (1 + \beta) f_s \dot{\epsilon}_y - R\beta \frac{df_s}{dx} = 0 \quad (10)$$

где R - скорость продвижения двухфазной зоны.

Это уравнение с подстановкой (7), учетом (8) и (9), но без учета гравитационных сил приобретает вид:

$$-\frac{d}{dx} K(f_{s0}, \epsilon_y) \frac{dP}{dx} + (1 + \beta) f_{s0} (1 - 2\epsilon_y) \dot{\epsilon}_y - R\beta \frac{df_{s0}}{dx} = 0 \quad (11)$$

Последнее уравнение можно упростить, принимая следующие допущения:

- 1) Температура в двухфазной зоне распределена линейно (рис.3.), т.е. $\theta = \frac{T_L - T}{T_L - T_S} = \frac{x}{L}$,

где L - ширина двухфазной зоны (см. рис. 3)

Первый член уравнения (11) приближенно можно выразить через средний коэффициент фильтрации \tilde{K} и перепад давления в виде:

$$-\frac{d}{dx} K(f_{s0}, \varepsilon_y) \frac{dP}{dx} \approx -\tilde{K} \frac{P_L - P_S}{L^2} = -\tilde{K} \frac{\Delta P}{L^2},$$

где $\Delta P = P_L - P_S$ - перепад давления в двухфазной зоне и \tilde{K} - значение среднего коэффициента фильтрации, совпадающего с истинным значением в некоторой точке двухфазной зоны (рис. 3, точка P_m).

2) Деформации распределены равномерно по всей ширине двухфазной зоны.

Далее учитывая, что $\frac{df_{s0}}{dx} = \frac{df_{s0}}{d\theta} \frac{d\theta}{dx} = \frac{df_{s0}}{d\theta} \frac{1}{L}$, получим:

$$-\frac{\Delta P}{L^2} \tilde{K} + (1 + \beta) f_{s0}^* (1 - 2\varepsilon_y) \dot{\varepsilon}_y + \frac{df_{s0}^*}{d\theta} \frac{R\beta}{L} = 0 \quad (12)$$

где ΔP - перепад давления, $\theta = \frac{T_L - T}{T_L - T_S}$ - относительная температура, f_{s0}^* - значение доли

твердой фазы, при которой рассчитывается значение числа Нияма (обычно принимается $\theta \sim 0.9$). Следует отметить, что средний коэффициент проницаемости также зависит от деформаций - при растягивающих увеличивается, при сжимающих - уменьшается.

Как было отмечено выше, в большинстве работ, посвященных критерию Нияма, принимается допущение о линейном распределении твердой фазы по ширине двухфазной зоны. Без учета влияния деформаций это допущение вполне приемлемо, т.к. критическое значение числа Нияма определяется экспериментально, и, следовательно, речь идет только о масштабировании величин. При учете влияния деформаций необходимо сравнить перепады давления от вклада «усадной» и «деформационной» составляющих дефицита питания. В этом случае темп кристаллизации по относительной температуре $df_{s0}/d\theta$ играет значительную роль, [см. уравн. (12)]. Соответственно, в этом случае требуется более точная оценка распределения твердой фазы. В данной работе распределение твердой фазы находится из моделей диффузии в двухфазной зоне [10-12,18,19].

Распределение твердой фазы по температуре и темп кристаллизации можно получить, используя диффузионную модель микросегрегации Броди-Флеминга [18] с уточнением Клайна-Курца [19]. Модель Броди-Флеминга основывается на модели Шейла-Гуливера [10,11] (отсутствие диффузии в твердой фазе и отсутствие градиентов концентрации в жидкой), но в модели Броди-Флеминга учитывается тонкий диффузионный слой в твердой фазе на границе с жидкой. Допускается развитие этого слоя по закону квадратного корня. В зависимости от величины этого слоя в твердой фазе развивается так называемая «обратная диффузия» (back-diffusion). Уравнение относительной доли твердой фазы для бинарного сплава (при линейной зависимости температуры ликвидус от концентрации растворенного компонента) в этом случае принимает вид [18]:

$$f_{s0} = \left(\frac{1}{1 - 2\alpha'k} \right) \left\{ 1 - \left(\frac{T_m - T}{T_m - T_L} \right)^{(1-2\alpha'k)/(k-1)} \right\}, \quad (13)$$

где T_m - температура плавления чистого металла (растворителя), $\alpha' = 4D_s t_f / \lambda_2^2$ - диффузионное число Фурье, D_s - коэффициент диффузии в твердой фазе, t_f - время затвердевания, k - коэффициент распределения растворенного вещества между жидкой и твердой фазами, для большинства литейных сплавов $k < 1$.

При $\alpha' = 0$ обратная диффузия отсутствует, и в этом случае модель Броди-Флеминга совпадает с моделью Шейла-Гуливера. Значение $\alpha' = 0.5$ соответствует правилу равновесного рычага, т.е. термодинамическому равновесию между жидкой и твердой фазами. Таким образом, эта модель охватывает все обычно наблюдаемые диффузионные условия в двухфазной зоне. Однако термодинамическое равновесие обычно ассоциируется с бесконечно-медленным охлаждением ($t_f \rightarrow \infty$) при конечных коэффициентах диффузии. Это должно приводить к бесконечным безразмерным диффузионным числам Фурье α' . Таким образом, физический смысл диффузионного числа α' при стремлении его значения к 0.5, теряется. Но как показали Клайн и Курц [19], ситуацию можно исправить, если ввести параметр α , принимающий значения от нуля до бесконечности, а параметр α' выразить через коэффициент α . В этом случае параметр α играет роль диффузионного числа Фурье. Учитывая ограниченность применения закона квадратного корня для тел конечных размеров, они вывели следующую зависимость [19]:

$$\alpha' = \alpha [1 - \exp(-\alpha^{-1})] - 0.5 \exp(-\alpha^{-1})$$

При стремлении α к бесконечности условия диффузии приближаются к равновесным ($\alpha' \rightarrow 0.5$), а стремление α к нулю ($\alpha' \rightarrow 0$) означает выполнение условий диффузии по модели Шейл-Гуливера. Если $0 < \alpha' \leq 0.5$ из формулы (13) можно найти температуру T_s , при которой $f_s = 1$:

$$T_s = T_m - (T_m - T_L) (2\alpha'k)^{(k-1)/(1-2\alpha'k)}$$

При $\alpha' = 0.5$ значение температуры $T_s = T_s^g$ соответствует равновесной температуре солидус, где $T_s^g = T_m - (T_m - T_L)/k$. Уменьшение диффузионных чисел Фурье приводит к снижению температуры солидус.

Основываясь на этой теории, рассмотрим в качестве примера фильтрационное течение в двухфазной зоне для доэвтектического сплава Al-Cu (Cu < 17.1 (%at)). Линии равновесного ликвидуса и солидуса для этого сплава можно представить прямыми, а коэффициент распределения меди и другие параметры возьмем из диаграммы состояния сплава Al-Cu [24] (Таблица 1.)

Таблица 1: Данные Al-Cu систем и сплава с Cu = 2 %at , использованные в расчетах

Параметр	Величина	Размерность	Источник
Температура плавления чистого алюминия T_m	660.452	°C	[24]
Температура эвтектики T_E	548.2	°C	[24]
Предельная растворимость меди в алюминии $(C_{Cu})_{max}$	2.48	%at	[24]
Концентрация эвтектики C_E	17.1	%at	[24]
Расчетный коэффициент растворимости меди в алюминии k	0.145	(/)	обработка данных [24]
Уравнение линии ликвидус (обработка диаграммы: $0 < C_{Cu} \leq 2.48(\%at)$)	$T_L(C_{Cu}) = 660.452 - 6.53C_{Cu}$	°C	обработка данных [24]
Температура ликвидус для сплава Cu = 2% at	643.3	°C	обработка данных [24]
Температура солидус для сплава Cu = 2% at, $T_s(\alpha')$	α' 0.1 0.3 0.5 364 531.3 570		обработка данных [24]

На рис. 5 приведены табулированные значения доли твердой фазы и темпа кристаллизации по уравнению (13) с использованием данных таблицы 1 для равновесных условий затвердевания ($\alpha' = 0.5$). Из графиков видно, что распределение твердой фазы существенно нелинейно, а безразмерный темп затвердевания $df_{s0}^*/d\theta$ при $\theta = 0.9$ намного меньше единицы. Перепад давления за счет «усадочной части» дефицита жидкости ΔP_β можно представить из уравнения (12) в виде: $\Delta P_\beta = (df_{s0}^*/d\theta)R\beta L$. Отсюда следует, что действительные перепады давления в двухфазной зоне должны быть намного меньше, чем при допущении о линейном распределении твердой фазы ($df_{s0}^*/d\theta = 1$).

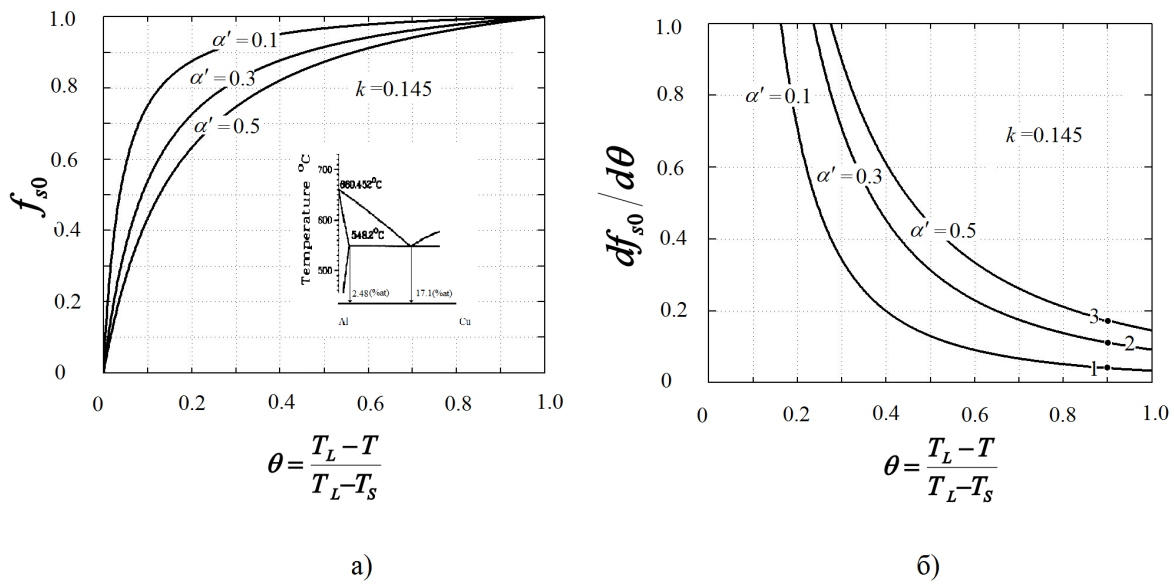


Рис. 5. Расчетные значения относительного количества твердой фазы и темпа кристаллизации в недеформируемой двухфазной зоне по модели Броди-Флемингса для сплава Al-Cu с параметрами из таблицы 1.

- а) Зависимость доли твердой фазы от относительной температуры при различных диффузионных числах
- б) Зависимость безразмерного темпа кристаллизации от температуры при различных диффузионных числах. Точки 1, 2, 3 – соответствуют величине темпа кристаллизации

при безразмерной температуре θ , равной 0.9: $\left(\frac{df_{s0}}{d\theta}\right)_1 = 0.0015$, $\left(\frac{df_{s0}}{d\theta}\right)_2 = 0.0104$,

$$\left(\frac{df_{s0}}{d\theta}\right)_3 = 0.0246$$

Перепад давления

Учитывая допущение о том, что распределение температуры в двухфазной зоне близко к линейному, средний градиент температур можно записать в виде: $G = (T_L - T_S)/L$. Средняя скорость охлаждения точки двухфазной зоны будет $\dot{T} = (T_L - T_S)/t$, где $t = L/R$ - время пребывания точки в двухфазной зоне (время затвердевания), следовательно, средняя скорость охлаждения будет равна: $\dot{T} = \frac{T_L - T_S}{t} = \frac{T_L - T_S}{(L/R)} = R \cdot G$. Отсюда, учитывая форму записи числа

Нияма (1), справедливо соотношение:

$$|R| \cdot L = \frac{T_L - T_S}{(Niy)^2}. \quad (14)$$

С использованием соотношения (14), уравнение (12) преобразуется к виду:

$$\Delta P = \frac{\beta(T_L - T_S)}{(Niy)^2 \tilde{K}} \frac{df_{s0}^*}{d\theta} + \frac{(1 + \beta)f_{s0}^*(T_L - T_S)^2(1 - 2\varepsilon_y)\dot{\varepsilon}_y}{(Niy)^2 \tilde{K}|T|} \quad (15)$$

Правую часть последнего уравнения можно представить двумя членами:

$$\Delta P = \Delta p_\beta + \Delta p_{st},$$

где $\Delta p_\beta = \frac{\beta(T_L - T_S)}{(Niy)^2 \tilde{K}} \frac{df_{s0}^*}{d\theta}$ - перепад давления вследствие усадочных процессов,

$\Delta p_{st} = \frac{(1 + \beta)f_{s0}^*(T_L - T_S)^2(1 - 2\varepsilon_y)\dot{\varepsilon}_y}{(Niy)^2 \tilde{K}|T|}$ - перепад давления из-за поперечных деформаций

двухфазной зоны.

Заметим, что во втором члене уравнения (15) одновременно присутствует скорость $\dot{\varepsilon}_y$ деформации и деформация ε_y в виде множителя $(1 - \varepsilon_y)\dot{\varepsilon}_y$. Это приводит к тому, что в начальной стадии фильтрационного процесса при $\varepsilon_y \ll 1$ скорость деформации имеет большее влияние на дополнительный перепад давления, чем в последующих.

Эффективное число Нияма

Для использования уже устоявшейся методики предсказания пористости по критерию Нияма (см. Введение) полученные результаты нужно привести к виду, при котором все величины, входящие в число Нияма сохраняются, а критическое значение изменяется в соответствии с условиями деформации двухфазной зоны. Для этого сначала преобразуем уравнение (15) к следующему виду:

$$\Delta P = \frac{(T_L - T_S)\beta}{\tilde{K}(Niy)^2} \frac{df_{s0}^*}{d\theta} \left[1 + \frac{(1 + \beta)f_{s0}^*(T_L - T_S)(1 - 2\varepsilon_y)\dot{\varepsilon}_y}{\frac{df_{s0}^*}{d\theta} \beta |T|} \right].$$

Отсюда можно вывести эффективное значение числа Нияма:

$$Niy_{ef} = \frac{Niy}{\sqrt{1 + \frac{(1 + \beta)f_{s0}^*(T_L - T_S)(1 - 2\varepsilon_y)\dot{\varepsilon}_y}{\frac{df_{s0}^*}{d\theta} \beta |T|}}} \quad (16)$$

или

$$Niy \leq n[Niy]_{kr}, \quad (17)$$

где $n = \sqrt{1 + \frac{(1+\beta)}{\beta} \frac{d\xi}{d\theta} f_{s0}^* \frac{(T_L - T_S)}{|\dot{T}|} (1 - 2\varepsilon_y) \dot{\varepsilon}_y}$ - фактор влияния деформации (ФВД).

Отличие выражение (17) от обычной формы записи критерия Нияма (1) заключается в наличии множителя n (фактора влияния деформаций, ФВД), зависящего от свойств сплава и условий деформации двухфазной зоны.

3. Обсуждение результатов

Из приведенных результатов работы видно, что деформация двухфазной зоны приводит к определенному изменению условий теплообмена и условий фильтрации междендритной жидкости. Чем больше значение числа Нияма, тем меньше перепад давления, необходимый для покрытия дефицита жидкости, а следовательно, и лучше условия питания. Это соответствует обычной интерпретации значения числа Нияма. Однако в уравнении (15) содержатся величины, также влияющие на перепад давления: эффективный или средний коэффициент фильтрации \tilde{K} , зависящий от деформации дендритов, и второе слагаемое, требующее дополнительного перепада давления для покрытия дефицита питания, связанного с растяжением дендритного каркаса в перпендикулярном к росту дендритов направлении. Во втором слагаемом присутствует скорость деформации двухфазной зоны, которая линейно увеличивает перепад давления. Однако здесь имеется дополнительный множитель $(1 - 2\varepsilon_y)$, указывающий на уменьшение влияния скорости растягивающей деформации с течением времени.

Рассмотрим приближенные оценки значения ФВД. Заметим, что при растягивающих деформациях с постоянной скоростью $\dot{\varepsilon}_y = const > 0$ величина $(1 - 2\varepsilon_y) \dot{\varepsilon}_y$ принимает максимальное значение при $\varepsilon_y = 0$, т.е. в первый момент образования связанного каркаса дендритов. Далее заметим, что величина $(T_L - T_S) / |\dot{T}| = t$ - время затвердевания двухфазной зоны, а произведение $(T_L - T_S) \dot{\varepsilon}_y / |\dot{T}| = (\varepsilon_y)_{max}$ - максимальная деформация двухфазной зоны к концу ее затвердевания. Растягивающие деформации удобно оценивать в сравнении с величиной линейной усадки ε_n фазового перехода из жидкого состояния в твердое, которая выражается через объемную усадку $\varepsilon_n = \beta/3$. Введем относительную величину

$$\gamma = \frac{(\varepsilon_y)_{max}}{\varepsilon_n} \quad (18)$$

и назовем эту величину «коэффициент локализации деформаций». При $\gamma = 0$, деформации отсутствуют, при $\gamma = 1$ происходит полное торможение усадки, а при $\gamma > 1$ - повышенная локализация деформаций.

С учетом последнего максимальные значения ФВД (при «сцеплении» дендритов с образованием связанного каркаса и при $\varepsilon_y = 0$) можно переписать в виде:

$$n_{\max} = \sqrt{1 + \frac{(1 + \beta)}{3} \frac{df_{s0}^*}{d\theta} f_{s0}^* \gamma}. \quad (19)$$

Величина n_{\max} показывает необходимое увеличение критического значения числа Нияма для учета влияния деформации двухфазной зоны. Таким образом, для предотвращения возникновения пористости при растягивающих деформациях необходимы более высокие значения чисел Нияма, а следовательно, более высокие градиенты температур и меньшие скорости охлаждения, чем в условиях отсутствия деформаций. На рис. 6 показаны табулированные значения этого коэффициента для сплавов с объемным коэффициентом усадки $\beta = 0.06$ (соответствует стали и некоторым алюминиевым сплавам) при различных значениях коэффициента локализации деформаций и условий диффузии (диффузионных чисел Фурье по Броди-Флемингс [18]).

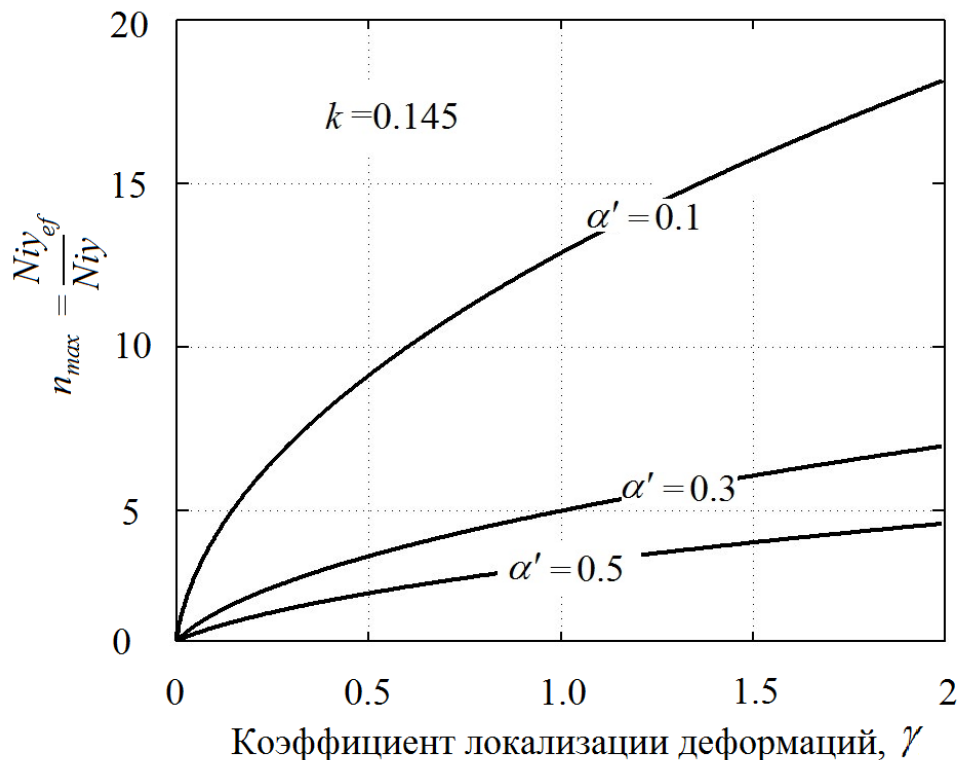


Рис. 6. Максимальные значения фактора влияния деформаций в зависимости от коэффициента локализации деформаций.

Как следует из рис. 6, влияние локализации деформации на коэффициент n_{\max} значительно и в сильной степени зависит от диффузионного числа Фурье α' в твердой фазе. Быстрое охлаждение отливки ($\alpha' < 0.1$) повышает коэффициент n_{\max} . Высокие значения коэффициента n_{\max} сохраняются и при относительно медленном охлаждении отливки ($\alpha' > 0.3$), и даже при выполнении условий термодинамического равновесия между жидкой и твердой фазой (это состояние соответствует значению $\alpha' = 0.5$).

Полученные результаты позволяют использовать уже существующие методики для оценки пористости по критерию Нияма даже при наличии деформаций в двухфазной зоне. Для этого необходимо корректировать критическое значение числа Нияма с помощью коэффициента n_{\max} , который зависит от предполагаемой или расчетной степени локализации деформаций γ . Представленные на рис. 8 значения n_{\max} свидетельствуют, что критическое значение числа Нияма может возрасти в несколько раз при растягивающих деформациях. Следовательно, сопротивление усадке, вызываемое растягивающими деформациями, опасно не только для возникновения горячих трещин, но и повышает опасность поражения отливки пористостью. В частности данным влиянием деформаций можно объяснить некоторые случаи возникновения пористости в реальных отливках, в то время как результаты моделирования с помощью коммерческих программ предсказывают ее отсутствие.

4. Выводы

Итак, в работе представлен анализ фильтрационного течения в междендритном пространстве двухфазной зоны с учетом деформаций. Исследовано влияние деформаций на коэффициент гидравлической проницаемости, условия теплообмена и перепада давления, вызываемого фильтрационным течением. Влияние деформаций анализировалось в зависимости от условий диффузии в жидкой и твердой фазе. Результаты анализа можно представить в следующих утверждениях:

1. Деформации двухфазной зоны оказывают сильное влияние на перепад давления и, следовательно, на условия образования пористости. Критическое значение числа Нияма в условиях растягивающих деформаций может быть в несколько раз выше, чем при отсутствии деформаций. Этим фактом можно в частности объяснить иногда наблюдаемое на практике возникновение пористости в отливках, изготовленных в неподатливых формах, в то время как программы моделирования затвердевания предсказывают ее отсутствие.
2. Влияние деформаций на образование пористости значительно зависит от условий диффузии в жидкой и твердой фазах. Малые скорости затвердевания, благоприятствующие равновесным условиям затвердевания, предпочтительны для получения плотной отливки даже при наличии деформаций. Наоборот, при высоких скоростях затвердевания темп кристаллизации вблизи температуры солидус снижается, что ведет к увеличению «деформационной» доли перепада давления и, следовательно, риска возникновения пористости при затруднении усадки, особенно в плохо податливых, жестких формах.
3. Деформации двухфазной зоны влияют на процессы затвердевания через изменение эффективной доли твердой фазы. При растягивающих деформациях эффективная доля твердой фазы уменьшается, а при сжимающих - увеличивается. Это ведет к уменьшению вклада твердой фазы в осредненные теплофизические свойства сплава, в частности, эффективная теплота кристаллизации при растягивающих деформациях уменьшается, а при сжимающих - увеличивается. Особенно следует обращать внимание на моделирование затвердевания в термических узлах отливки при концентрации в них деформаций. Одинаковые по геометрии термические узлы могут затвердевать по-разному, если в них неодинаковые условия сопротивления усадке.

4. Литература

- [1] E. Niyama, T. Uchida, M. Morikawa, and S. Saito. "A Method of Shrinkage Prediction and Its Application to Steel Casting Practice", Am. Foundrymen's Soc. Int. Cast Met. J. 1982, vol. 7(3), pp. 52-63.
- [2] B.Q. Jia and B.C. Liu. "Theoretical Derivation of Criterion $G/\sqrt{\dot{T}}$ For Prediction of Shrinkage Cavities and Porosities in Casting", ACTA Metallurgica Sinica (English Letters), 1996, vol. 9(4), pp. 310-312.
- [3] R.A. Hardin, X. Shen, J. Gu, C. Beckermann. "Use of Niyama Criterion to Predict ASTM X-Ray Levels and to Develop Improved Feeding Rules for Steelcasting", AFS Trans., 1999, vol. 107, pp. 433-440.
- [4] T.S. Piwonka, S. Kuyucak, K.G. Davis. "Shrinkage-Related Porosity in Steel Castings": A State-of-the-Art Review. AFS., Trans. 2002, vol. 113, pp. 1257-1271.
- [5] Kent D. Carlson, S. Ou R.A. Hargin, and C. Beckermann. "Development of New Feeding-Distance Rules Using Casting Simulation": Part I. Methodology. Metall., and Mater. Trans. B, 2002, vol. 33B, pp. 731-740; Part II. The New Rules, pp. 741-755.
- [6] Kent D. Carlson and Christoph Beckermann. "Prediction of Shrinkage Pore Volume Fraction Using a Dimensionless Niyama Criterion". Metall., and Mater. Trans. A, 2009, vol. 40A, pp. 163-175.
- [7] А.Ю. Коротченко. „Критерии образования пористости в отливках“, Литейщик России, 2010, N4, стр. 43-47.
- [8] M. Rappaz., J. Drezet, and M. Gremaud. „A new Hot-Tearing Criterion“, Metall., and Mater. Trans. A, 1999, vol. 30A, 449-455.
- [9] Г.Ф. Баландин. „Теория формирования отливки“, часть 2, Москва 1979.
- [10] G.H. Gulliver. "The quantitative effect of rapid cooling upon the constitution of binary alloys". The Journal of the Institute of Metals, 1913, vol. 9, pp. 120-157.
- [11] E. Scheil. „Bemerkungen zur Schichtkristallbildung“, Zeitschrift für Metallkunde 1942, Bd. 34, S. 70-2.
- [12] W. Kurz, D.J. Fisher. „Fundamentals of solidification“, Trans. Tech. Publication, 3 Edition, 1989.
- [13] M. C. Flemings. „Solidification processing“, New York 1974.
- [14] J. Kozeny. „Über kapillare Leitung des Wassers im Boden“, 1927, 136(2a), Akad. Wiss., Wien, S. 271-306.
- [15] P.C. Carman. "Fluid flow through granular beds". Trans., Institution of Chemical Engineers, London, 1937, vol. 15, pp. 150-166.

- [16] Ø. Nielsen, L. Arnberg, A. Mo and H. Thevik. "Experimenteal Determination of Mushy Zone Permeability in Aluminum-Copper Alloys with Equiaxed Microstructures". Metall., and Mater. Trans. A, 1999, vol. 30A, pp. 2455-2462.
- [17] Robert P. Chapuis and Mivhel Aubertin. "Predicting the coefficient of permeability of solid using the Kozeny-Cahman equation". Department CGM, Ecole Polytechnique de Monreal, 2003.
- [18] H. D. Brody and V.C. Flemings: Trans. TMS-AIME, 1966, vol. 236, p. 615.
- [19] T.W. Clyne and W. Kurz. "Solute Redistribution During Solidification with Rapid Solid State Diffusion". Metall. Trans. A, 1981, vol. 12A, pp. 965-971
- [20] S. Kobayshi. Mathematical Analysis of Solute Redistribution during Solidification Based on a Columnar Dendrite Model. Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan". 1988, vol. 28, pp. 728-735.
- [21] I. Ohnaka. "Mathematical Analysis of Solute Redistribution during Solidification with Diffusion in Solid Phase", 1986, vol. 26, pp. 1045-1051.
- [23] Y-M. Won, B.G. Thomas. Simple Model of Microsegregation during Solidification of Steel. Metall., and Mater. Trans., vol. 32A, 2001, pp. 1755-1767.
- [24] J.L. Murray. "The Al-Cu System", Rev., Int. Met. 1985, vol. 30, pp. 211-233.
- [25] S. Poliakov, A. Korotchenko, J. Bast Use of the Niyama criterion to predict porosity of the mushy zone with deformation. Archives of foundry engineering. Vol. 11, Issue 4, October-December 2011, pp. 131-136.