

Viktoria Bertman, Serguei Poliakov und Roland Hartmann, Freiberg

Simulation der Gießformfüllung unter Berücksichtigung des Gasdruckes

Problemsituation. Mathematisches Modell zur Formfüllsimulation. Anwendung des mathematischen Modells. Zusammenfassung.

Simulation of casting mould filling when allowing for gas pressure

Problem. Mathematical model for simulation of mouldfilling. Use of the mathematical model. Summary.

1 Problemsituation

Die Formfüllung beim Gießen ist mit vielen physikalischen Vorgängen verbunden, die die Bildung des Gußstückes wesentlich beeinflussen. Einer dieser Vorgänge ist die Bewegung des Gases im Formhohlraum. Besonders bei Gießformen mit relativ dichten Formstoffen und ungenügend ausgeprägten Entlüftungssystemen stellt der Einfluß des Gasdruckes auf die Bewegung der Metallschmelze ein Problem dar. Das Gas im Formhohlraum setzt sich im wesentlichen aus Luft, aus Gas, das infolge der Aufheizung des Formstoffes durch das einfließende Metall entsteht, und aus Gas, das aus dem sich abkühlenden Metall austritt, zusammen. Das Gas-Luft-Gemisch und die Schmelze bewegen sich gleichzeitig. Wenn das Gießsystem nicht richtig gestaltet ist, kann es zum Einschließen von Gas in Gießformelementen mit allen bekannten Folgeerscheinungen, wie z. B. Nichtauslaufen der Form und Gasporosität, kommen. Die Berücksichtigung des Gasdruckes bei der Simulation des Formfüllens ist deswegen unentbehrlich.

Die bekannten Algorithmen zur Formfüllsimulation vernachlässigen in der Regel den Gasdruck oder arbeiten mit starken Vereinfachungen. Häufig wird angenommen, daß sich das Gas im Formhohlraum im Gleichgewichtszustand befindet [1, 2] oder daß sich infolge von Entlüftungskanälen oder hinreichend großer Gasdurchlässigkeit des Formstoffes kein Gegendruck ausbilden kann [3, 4]. In anderen Modellen werden die Metallschmelze und das Gas als zwei Flüssigkeiten mit unterschiedlichen Fluideigenschaften betrachtet [5]. Diese Modelle sind sehr realitätsnah, aber zugleich äußerst kompliziert in der Handhabung, weil sich die Lösungsalgorithmen für die Schmelze und das Gas erheblich voneinander unterscheiden. In einem anderen Fall werden Schmelze und Gas mit Hilfe eines Zweiphasenalgorithmus als kompressible Flüssigkeiten simuliert [6]. Aber auch hier ist die Anwendung sehr komplizierter und aufwendiger numerischer Methoden erforderlich. Aus diesen Gründen haben die Autoren versucht, ein relativ einfaches Verfahren zur Formfüllsimulation unter Berücksichtigung des Gasdruckes zu entwickeln, das zugleich realitätsnah wie auch mathematisch gut beherrschbar sein soll.

2 Mathematisches Modell zur Formfüllsimulation

Es wird zunächst davon ausgegangen, daß die Metallschmelze und das Luft-Gas-Gemisch zwei inkompressible Flüssigkeiten sein sollen, Gleichung (1).

$$\nabla \cdot \vec{u}_i = 0 \quad (1)$$

mit
 \vec{u}_i Geschwindigkeit
 i Index, 1 für Metall, 2 für Gas

Diese Annahme ist für das Gas nur bei niedrigen Fließgeschwindigkeiten (kleiner als Schallgeschwindigkeit) zulässig, da in diesem Falle der Unterschied zwischen den Druckgrößen und der Dichte kompressibler und inkompressibler Flüssigkeiten gering ist.

Die Navier-Stokes-Gleichungen zur Beschreibung der Bewegung der Schmelze und des Gases im Formhohlraum können dann wie folgt dargestellt werden:

$$\rho_i \left(\frac{\partial \vec{u}_i}{\partial t} + \vec{u}_i \cdot \nabla \vec{u}_i \right) = -\nabla p_i + \eta_i \nabla^2 \vec{u}_i + \rho_i \vec{g} \quad (2)$$

mit
 ρ_i Dichte
 t Zeit
 p_i Druck
 η_i dynamische Viskosität

Zur Bestimmung der Lage der Grenze Metallschmelze-Gas im Formhohlraum wird die Volumenfunktion $F = F(x, y, z, t)$ von [7] verwendet. Innerhalb der Schmelze ist $F = 1$, innerhalb des Gases gilt $F = 0$. An der Grenze der zwei Medien liegt die Volumenfunktion im Bereich $0 < F < 1$. Die Bedingung der Erhaltung des Volumens kann unter Berücksichtigung von Gl. (1) durch Gleichung (3) ausgedrückt werden:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \vec{u}_1 \cdot \nabla F = 0 \quad (3)$$

Die Grenzbedingungen an der Metallfront lauten:

$$(\tau_1 - \tau_2) \cdot \vec{n}_1 = (p_1 - p_2 + \sigma \cdot \nabla \cdot \vec{n}_1) \quad (4)$$

$$\vec{u}_1 = \vec{u}_2 \quad (5)$$

Dr.-Ing. V. Bertman, Forschungsstipendiatin der Alexander von Humboldt-Stiftung, Dr.-Ing. S. Poliakov und Prof. Dr.-Ing.habil. R. Hartmann, TU Bergakademie Freiberg, Institut für Mechanik und Maschinenelemente.

mit

$$\tau_i = \eta_i \left(\nabla \bar{u}_i - (\nabla \bar{u}_i)^T \right)$$

\bar{n}_i Spannungstensor
 σ Einheitsnormal
 $\nabla \cdot \bar{n}_i$ Koeffizient der Oberflächenspannung
 Krümmung der Oberfläche der Metallfront

Die Grenzbedingungen an den Rändern des Formhohlraumes werden gemäß **Bild 1** (rechteckige Platte) definiert.

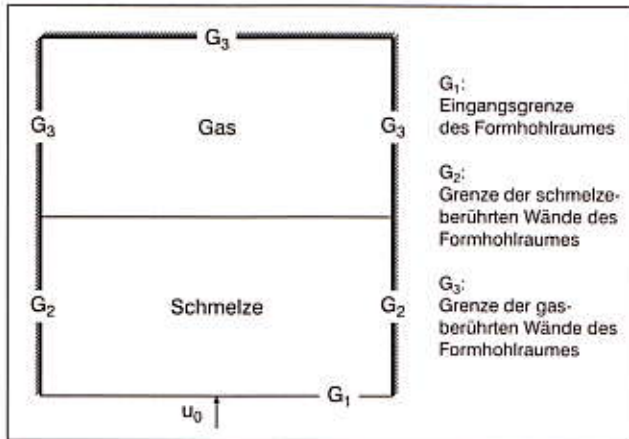


Bild 1. Grenzen des Berechnungsgebietes in der Aufgabe zur Formfüllung für eine rechteckige Platte

Figure 1. Limitations of the calculation field in the task of mould filling for a rectangular plate

Es wird angenommen, daß die Geschwindigkeit am Eingang des Formhohlraumes konstant ist: $u = u_0$. An den von der Metallschmelze und dem Gas berührten Wänden wird das Darcy-Gesetz benutzt:

$$\bar{u}_i = -K \frac{dp_i}{d\bar{n}} \bar{n}_f \quad (6)$$

mit

K_i Koeffizient der Durchlässigkeit
 $K_0 = 0$ für die Metallschmelze
 $K_1 > 0$ für das Gas
 \bar{n}_f Normale zur Formwand

Mit Hilfe von Gleichung (6) lassen sich die Grenzbedingungen für der Bewegung des Gases und der Schmelze im Formhohlraum verallgemeinern. Wenn beispielsweise die Gasdurchlässigkeit der Formwände groß genug ist, so daß kein Gegendruck beim Formfüllen entsteht, entarten die Grenzbedingungen an den gasberührten Formwänden zu Grenzbedingungen wie an den Ausströmungsgrenzen. Sind dagegen die Formwände gasundurchlässig, entarten die Grenzbedingungen zu der Bedingung „Nicht-Gleiten“.

Der Koeffizient der dynamischen Viskosität η und die Dichte ρ in Gleichung (2) werden in jedem Medium als Konstante ($\eta_{\text{Schmelze}}, \eta_{\text{Gas}}$ und $\rho_{\text{Schmelze}}, \rho_{\text{Gas}}$) angesehen. An der Grenze Schmelze-Gas werden diese Größen wie folgt berechnet:

$$\eta = \eta_{\text{Schmelze}} F + \eta_{\text{Gas}} (1 - F) \quad (7)$$

$$\rho = \rho_{\text{Schmelze}} F + \rho_{\text{Gas}} (1 - F) \quad (8)$$

Das mathematische Modell soll insofern eingeschränkt werden, als die Formfüllung für ein Gußteil betrachtet wird, dessen Dicke (in z-Richtung) wenigstens zehnmal größer als dessen Breite und Höhe ist. Unter dieser Bedingung kann die Veränderung der Geschwindigkeitskomponente in z-Richtung im Vergleich zu den beiden anderen Komponenten vernachlässigt werden. Hieraus ergibt sich ein zweidimensionales Modell, das numerisch leichter zu handhaben ist. Die Erweiterung auf die dritte Dimension ist zu einem späteren Zeitpunkt vorgesehen.

Nun können die Gleichungen (1) bis (3) für beide Medien in folgende Form transformiert werden:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial(u_x^2)}{\partial x} + \frac{\partial(u_x u_y)}{\partial y} = \quad (9)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) + g_x$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial(u_x u_y)}{\partial x} + \frac{\partial(u_y^2)}{\partial y} = \quad (10)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right) + g_y$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u_x \frac{\partial F}{\partial x} + u_y \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

mit

u_x, u_y Projektionen der Geschwindigkeit auf die Achsen x, y
 p_{xx}, p_{yy} Projektionen der Oberflächenspannungen auf die Achsen x, y
 η Koeffizient der dynamischen Viskosität
 g_x, g_y Projektionen der Erdbeschleunigung auf die Achsen x, y

Approximation der Navier-Stokes-Gleichungen. Zur numerischen Lösung der Gleichungen (9) bis (12) wird die Finite-Differenzen-Methode (FDM) angewandt. Das benutzte Netz besteht aus rechteckigen Zellen der Breite Δx und der Höhe Δy . In **Bild 2** ist die Verteilung der Größen der Geschwindigkeit, des Druckes und der Dichte in der Zelle dargestellt.

Approximation der Volumenfunktion. Zur Berechnung von Gleichung (12) wird ein Algorithmus verwendet, der auf der Donar-Akzeptor-Approximation der Strömungen über die Zellengrenzen [7] beruht. Die Berechnung des Volumenanteils der Schmelze in der Zelle (i, j) erfolgt mit Hilfe von Gleichung (13):

$$F_{i,j}^{n+1} = F_{i,j}^n + f_{i-1/2,j} - f_{i+1/2,j} + f_{i,j-1/2} - f_{i,j+1/2} \quad (13)$$

mit

$f_{i-1/2,j}, f_{i,j-1/2}$ in die Zelle einfließende Schmelze
 $f_{i+1/2,j}, f_{i,j+1/2}$ aus der Zelle ausfließende Schmelze
 $F_{i,j}^n$ Volumenanteil der Schmelze in der Zelle

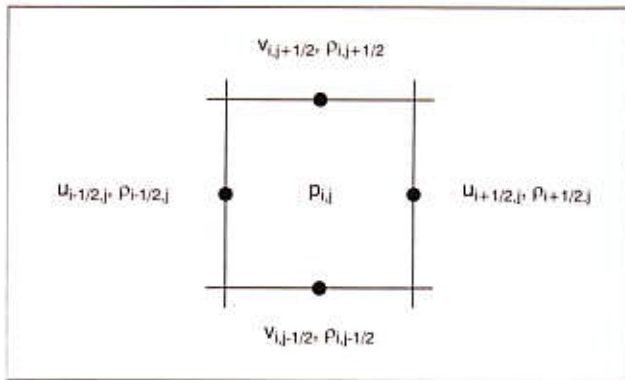


Bild 2. Verteilung der Variablen in der Zelle (i, j)
Figure 2. Distribution of the variables in the cell (i, j)

Bestimmung der Lage der freien Oberfläche der Schmelze. Der zur Berechnung der Lage der freien Oberfläche benutzte Algorithmus beruht darauf, daß zunächst für die Oberflächenzellen (das sind die Zellen, in denen für die Volumenfunktion die Ungleichung $0 < F < 1$ gilt) gemäß Bild 3 die Grenzlinien zwischen der Metallschmelze und dem Gas bestimmt werden. Diese Grenzlinien sind näherungsweise Geradenabschnitte, deren Mittelpunkte anschließend zu einem Polygonzug verbunden werden. Der Polygonzug stellt somit die freie Oberfläche der Schmelze dar.

Berücksichtigung der Oberflächenspannung. Die Komponenten der auf die Volumeneinheit der Schmelze wirkenden Kraft der Oberflächenspannung werden nach einem Algorithmus aus [8] berechnet.

Approximation der Grenzbedingungen. Die Festlegung der Grenzbedingungen ist aus Bild 3 ersichtlich. Es wird vorausgesetzt, daß das im Laufe eines Zeitschrittes in die Form einfließende Metallvolumen dem in diesem Zeitraum durch die Formwände austretenden Gasvolumen gleich sein muß:

$$v_1 S_1 = \int_S \vec{u}_2 \cdot \vec{n}_2 dS \quad (14)$$

mit
 v_1 Modul der Geschwindigkeit am Eingang
 S_1 Fläche des Eingangs
 S_2 Fläche der zum Zeitpunkt t gasberührten Oberfläche des Formhohlraums
 \vec{u}_2 Geschwindigkeit der Filtration des Gases durch das Element der Oberfläche dS
 \vec{n}_2 Einheitsnormal auf dS nach außen.

Die Grenzbedingungen am Eingang werden für den Fall der Metallzufuhr von unten (Bild 4a) durch folgenden Ausdruck approximiert:

$$v_{1,i,j} = v_1 \quad (15)$$

$$u_{1,i,j} = -u_{1,i-1,j} \quad (16)$$

Die Grenzbedingungen „Nicht-Gleiten“ an den schmelzeberührten Formwänden werden für die rechte vertikale Formwand (Bild 4b) wie folgt formuliert:

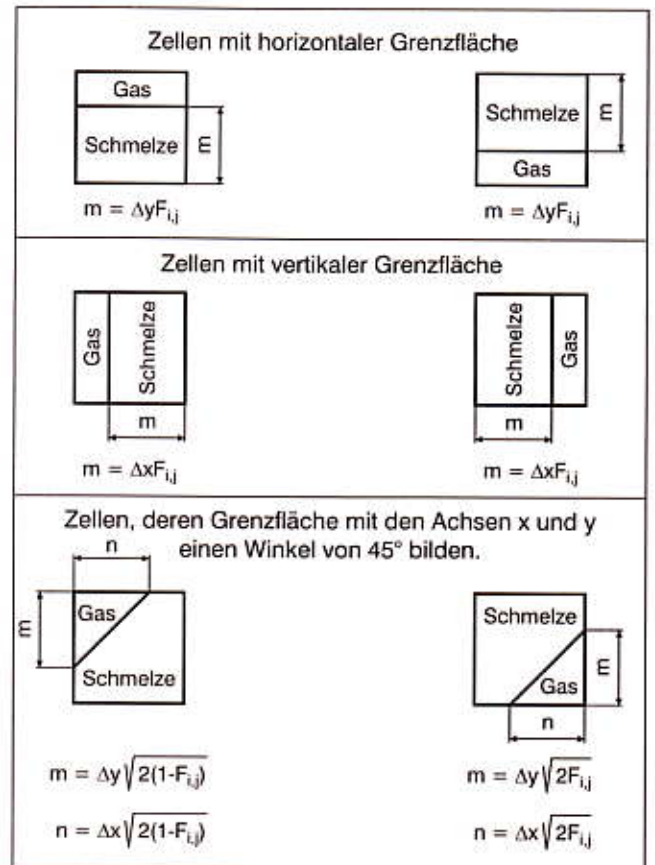


Bild 3. Schemata zur Bestimmung der Lage der freien Oberflächen in den Zellen des Formhohlraums
Figure 3. Diagrams for determination of the position of the free surfaces in the cells of the mould cavity

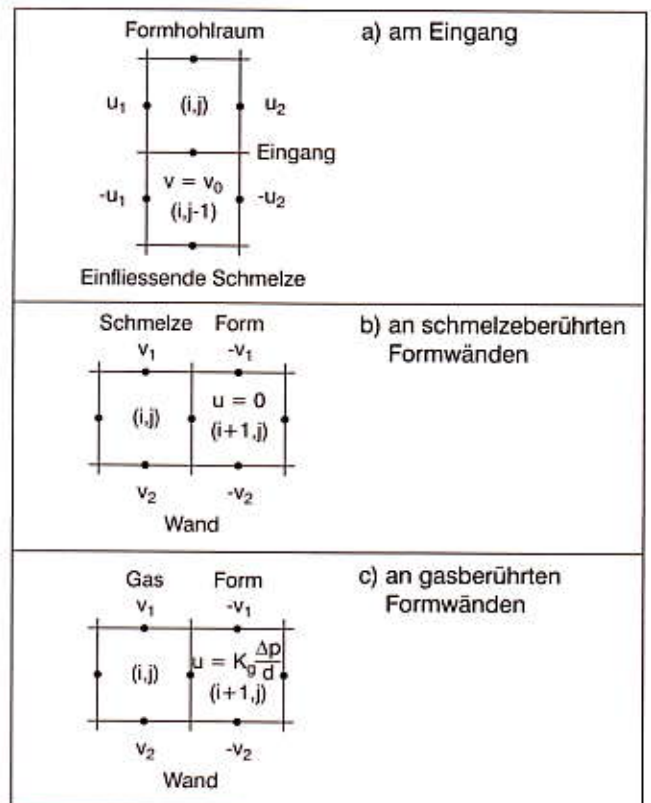


Bild 4. Schemata zur Bestimmung der Grenzbedingungen
Figure 4. Diagram for determination of the limiting conditions

$$u_{i+1/2,j} = 0 \quad (17)$$

$$u_{i,j+1/2} = -u_{i,j+1/2} \quad (18)$$

Für die Grenzbedingungen an den gasberührten Wänden werden die tangentialen Geschwindigkeitskomponenten gleich Null gesetzt, und die Normalkomponenten mit Hilfe des Darcy-Gesetzes berechnet. Für den Fall der rechten vertikalen Formwand (Bild 4c) gilt demgemäß:

$$u_{i+1/2,j} = K_s \frac{\Delta p}{d} \quad (19)$$

$$v_{i,j+1/2} = -v_{i,j+1/2} \quad (20)$$

mit $\Delta p = p_{i,j} - p_a$

p_a atmosphärischer Druck
 d Dicke der Gießformwand.

3 Anwendung des mathematischen Modells

Zur Verifikation des entwickelten mathematischen Modells wurden zwei Tests durchgeführt, die im folgenden demonstriert werden sollen.

Formfüllsimulation für eine senkrechte Platte. Es wurde die Formfüllung für eine senkrechte Platte untersucht, deren Geometrie in Bild 5 (oben) dargestellt ist. Das Berechnungsgebiet bestand aus 26×16 Zellen. Folgende physikalische Daten wurden der Berechnung zugrunde gelegt:

Dichte der Schmelze (Al.-Legier.)	2200 kg/m ³
Dichte des Gases	1,29 kg/m ³
kin. Viskosität der Schmelze	$6 \cdot 10^{-7}$ m ² /s
kin. Viskosität des Gases	$1,41 \cdot 10^{-5}$ m ² /s
Oberflächenspannung	0,73 N/m
Dicke der Formwand (Feingießform)	0,005 m
Gasdurchlässigkeit der Wand	$9 \cdot 10^{-8}$ m ⁴ /Ns

In Bild 5 (unten) sind das Fortschreiten der Metallfront und die Verteilung der Strömungsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit von der Zeit in der Metallschmelze und im Gas dargestellt. Die durch die 2-D-Simulation bestimmte Formfüllzeit stimmt mit der analytisch berechneten Zeit überein.

Verdrängung einer Gasblase aus dem Formhohlraum. Für die Beurteilung von Gußfehlern ist es sehr wichtig, das Verhalten von eingeschlossener Gasblasen bei der Formfüllung zu simulieren. In Bild 6 wird die Verdrängung einer Gasblase durch die Formwand dargestellt. Die Strömungsgeschwindigkeit im Anschnitt betrug 0,5 m/s, die Zahl der Zellen 26×18 .

4 Zusammenfassung

Am Institut für Mechanik und Maschinenelemente der TU Bergakademie Freiberg wurde ein realitätsnahes, zunächst zweidimensionales, mathematisches Modell zur

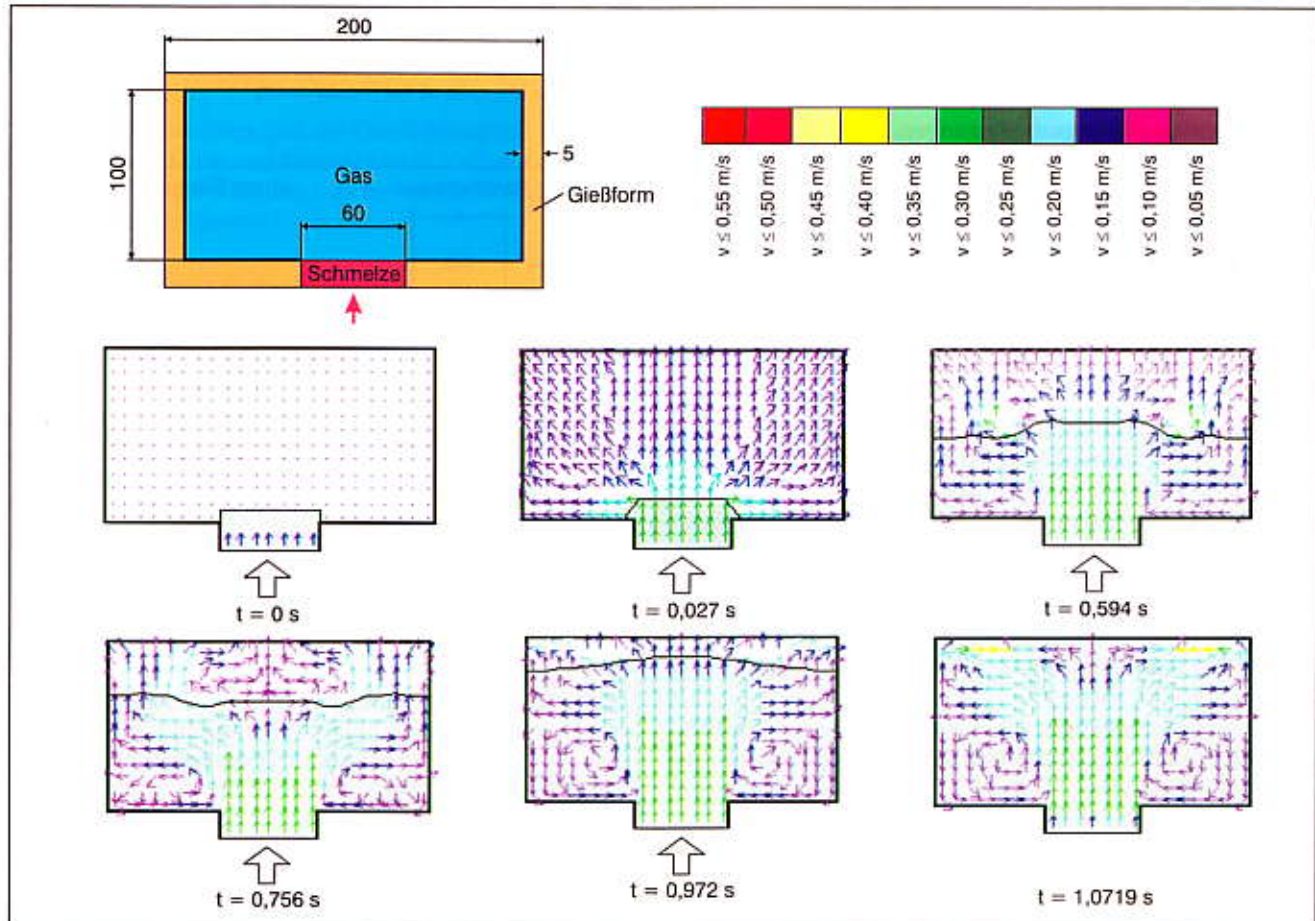


Bild 5. Anfangsbedingungen und geometrische Daten zur Berechnung der Formfüllung für eine senkrechte Platte, Simulation der Formfüllung für die senkrechte Platte unter Berücksichtigung des Gasdruckes im Formhohlraum

Figure 5. Initial conditions and geometrical data for calculation of mould filling for a vertical plate. Simulation of mould filling for the vertical plate when allowing for gas pressure in the mould cavity

Simulation der Gießformfüllung unter Berücksichtigung des Gasdruckes entwickelt. Dieses Modell gestattet die Berechnung der Bewegung der Metallschmelze und des Gases im Formhohlraum mit Hilfe des gleichen Algorithmus. Dabei werden an den Wänden der Gießform Grenzbedingungen auf der Grundlage des Darcy-Gesetzes verwendet. Außer dem Verdrängen von Gas aus dem Formhohlraum kann auch das Ansaugen von Gas in den Formhohlraum im Falle von Unterdruck untersucht werden.

Das mathematische Modell ist für die Formfüllung bei allen Gießverfahren mit relativ niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten geeignet (Schwerkraftgießen, Niederdruckgießen).

Besonders interessant scheint es aber für Verfahren zu werden, bei denen naturgemäß Probleme mit der Entlüftung bzw. Entgasung zu erwarten sind (Feingießen, Vollformgießen).

Schrifttum

- [1] Zhu, J. D.; Ohnaka, I.: Modeling of Fluid Flow and Solidification in Casting: Int. Conf. of Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes VII. Hrsg.: M. Cross and J. Campbell, 1995, S. 23-30.
- [2] Bertman, V. A., Poljakov, S. N.: Kompjuterne modelirovanije sapolnenija tonkostennich otlivok pri litje po viplavljaemim modeljam. Litejnoe Proizvodstvo (1998) Nr. 1, S. 31-32.
- [3] Tsung-Hsien Han; Wen-Sing Hwang: Transactions of the Japan Foundrymen's Society 14 (1995) Dez., S. 69-88.
- [4] Bertman, V. A.: Mašinstroenie (1995) Nr. 4, S. 39-46.
- [5] Jeurissen, P. C. J.; van Eijdik, P. C.: Numerical Simulation of Casting Solidification in Automotive Applications. The Minerals, Metals and Materials Society, 1991, S. 207.
- [6] Evans, M. W.; Harlow, F. H.: The particle-in-cell method for hydrodynamic calculations. Los Alamos Scientific Lab. Rept. Nr. LA-2139, Los Alamos, 1957.
- [7] Hirt, C. W.; Nichols, B. D.: Journal of Computational Physics (1981) v. 39, S. 201-225.
- [8] Daly, B. J.: Journal of Computational Physics (1969) v. 4, S. 97-117.

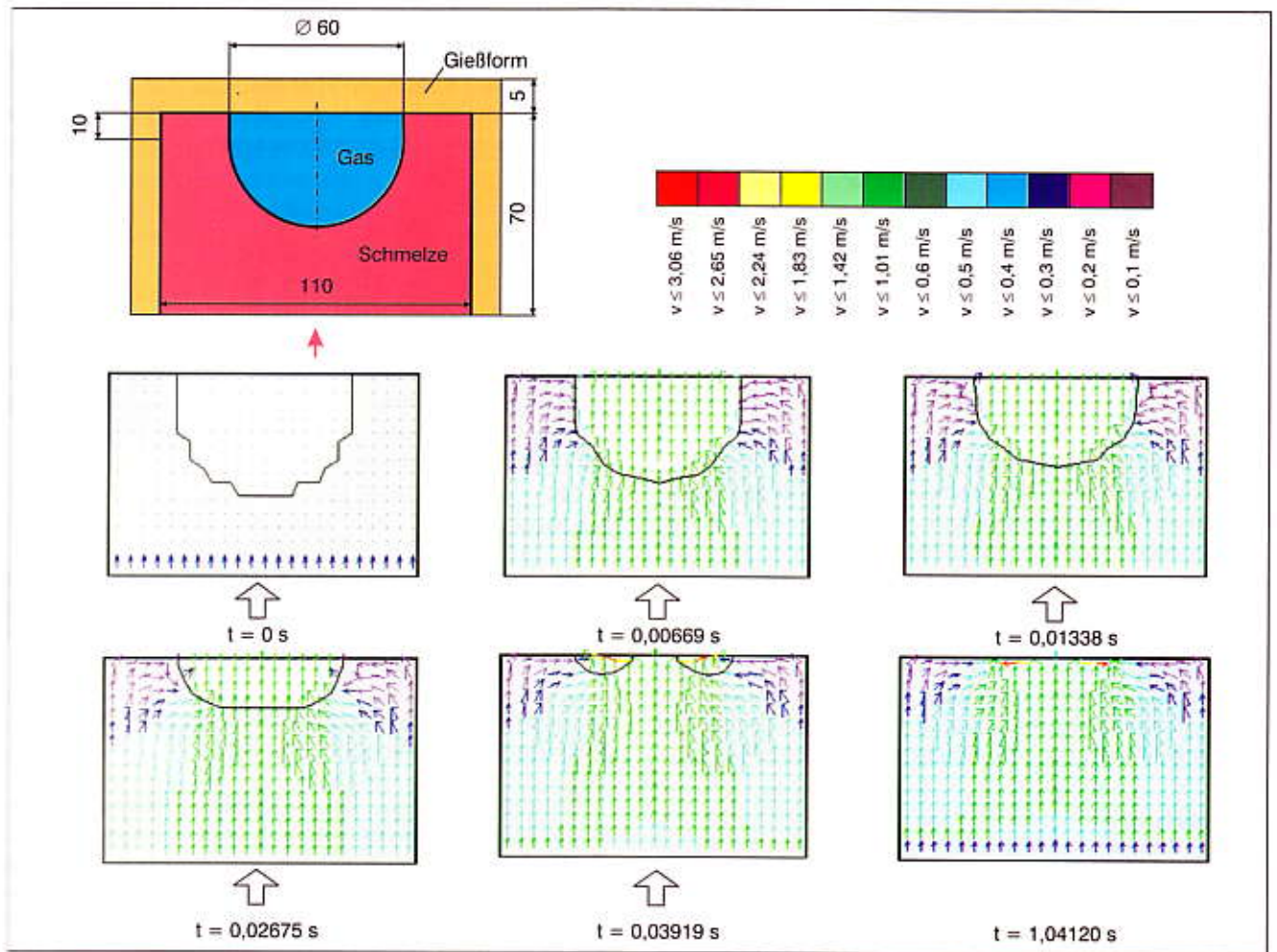


Bild 6. Anfangsbedingungen und geometrische Daten zur Simulation der Verdrängung einer Gasblase aus dem Formhohlraum, Simulation der Verdrängung der Gasblase aus dem Formhohlraum

Figure 6. Initial conditions and geometrical data for simulation of the driving of air inclusions out of the mould cavity. Simulation of the driving of air inclusions out of the mould cavity